Министерство образования, науки и молодежной политики
Республики Коми

Государственное профессиональное образовательное учреждение
«Сыктывкарский политехнический техникум»

Ресурсный учебно-методический центр по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в системе среднего профессионального образования Республики Коми

Основы обучения математике студентов с нарушением слуха

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для профессиональных образовательных организаций

Сыктывкар, 2022

В настоящих методических рекомендациях рассматривается актуальный вопрос в области инклюзивного образования в профессиональных образовательных организациях по обучению математике студентов с нарушением слуха.

Методические рекомендации составлены с учетом «Требований к организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в профессиональных образовательных организациях, в том числе оснащенности образовательного процесса», (утв. Министерством образования и науки Российской Федерации от 26.12.2013 №06-2412вн) для успешного освоения профессионального образования обучающимися с инвалидностью и лицами с ограниченными возможностями здоровья.

Пособие рекомендовано преподавателям математики, методистам, специалистам, занимающимся вопросами организации обучения и воспитания обучающихся с нарушением слуха в системе среднего профессионального образования.

Составители:

Майбурова Г.Н., преподаватель ГПОУ «Сыктывкарский политехнический техникум»

Мамонтова Е.И., заместитель директора ГПОУ «Сыктывкарский политехнический техникум»

Ионова М.Н., методист ГПОУ «Сыктывкарский политехнический техникум»

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Перед современной образовательной организацией СПО стоят задачи обеспечения качества образования и воспитания, усовершенствования методов обучения, повышения научного уровня преподавания каждого предмета, прочного овладения основами наук, а также формирования потребности в самообразовании, творческом подходе к овладению новыми знаниями у обучающихся. Сказанное в полной мере относится и к специальному образованию. Результаты статистических исследований свидетельствуют о том, что уровень и качество жизни инвалидов значительно ниже, чем в среднем у российского населения. Основным направлением социальной защиты этих лиц, согласно современным подходам, представленным в документах, должна стать комплексная реабилитация инвалидов, одним из приоритетных направлений которой признается получение ими качественного профессионального образования.

Для успешной конкуренции на рынке труда и последующей профессиональной деятельности студенты-инвалиды должны обладать прочными фундаментальными знаниями. Для этого необходимо научить их учиться, привить навыки самообразования, умения самостоятельно работать со специальной литературой.

Следует отметить тот факт, что в Российской Федерации сохраняется тенденция существенного увеличения числа больных с потерей слуха и нарушением слуха в той или иной форме страдают многие люди. По данным комплексных обследований, в настоящее время приблизительно у 6% жителей страны определяются различные нарушения слуховой функции, при этом 1–2% больных имеют социально неадекватный слух (восприятие разговорной речи на расстоянии менее 3 м), что затрудняет их общение с окружающими [20]

Совершенствование системы профессионального обучения лиц с недостатками слуха предполагает повышение и качества их математического образования как необходимой основы для многих профессий и важного компонента общей культуры члена современного общества. Глухие и слабослышащие студенты – особый контингент учащихся, при их обучении часто возникают специфические трудности, с которыми обычно не сталкиваются преподаватели традиционных учебных заведений.

Как показывают исследования в области обучения математике учащихся с нарушениями слуха, у лиц данной категории возникают значительные трудности при усвоении математических понятий. Это обусловлено, в первую очередь, ограниченным словарным запасом и недостаточным развитием понятийного мышления учащихся. Поэтому при выборе методов обучения на основе современных подходов следует учитывать особенности усвоения глухими и слабослышащими учащимися математических категорий.

Следует сказать, что в основном исследования, связанные с обучением математике обучающихся с нарушениями слуха, как правило, касаются детей младшего и среднего звеньев специальной школы. Особенности обучения взрослых глухих и слабослышащих студентов рассматриваются лишь в отдельных статьях, отражающих, в основном, практический опыт учителей. Вопросы обучения математике взрослых учащихся с нарушениями слуха разработаны в меньшей степени, тогда как уровень математической подготовки обучающихся с нарушением слуха в связи с особенностями данной категории отличается от математической подготовки других учащихся, а методика обучения математике для этой группы разработана недостаточно. Таким образом, противоречие между необходимостью определения особенностей обучения математике студентов среднего профессионального образования, имеющих ограничения по слуху, и недостаточной разработанностью методик преподавания математики для такой категории обучающихся, и определило актуальность методических рекомендаций на тему: «Основы обучения математике студентов с нарушением слуха».

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С НАРУШЕНИЕМ СЛУХА

1.1. Психолого-педагогические аспекты обучения студентов с нарушением слуха

Неотъемлемой частью поиска путей совершенствования образования глухих и слабослышащих студентов является разностороннее и глубокое изучение познавательной деятельности и самой личности неслышащих. Изучение и учет индивидуальных психофизических особенностей учащихся с нарушениями слуха позволяет построить процесс обучения на основе их потенциальных возможностей в добывании знаний. Для обеспечения общего развития глухих и слабослышащих учащихся немаловажным является математическое образование. В свою очередь, восприятие математического материала данной категорией учащихся сопряжено с определенными трудностями, являющимися следствием их психофизических особенностей.

Нормальная функция слухового анализатора имеет особое значение для общего развития человека. Состояние слуха оказывает огромное влияние на его речевое и психологическое становление. При нарушениях слухового анализатора, в первую очередь, и в наибольшей степени страдает речь, в свою очередь происходит общее недоразвитие познавательной деятельности.

Медицинские исследования причин нарушения слуха указывают на инфекционные заболевания, токсические поражения, механические, акустические или контузионные травмы и т.д. Нарушения слуха возникают в результате заболеваний, поражающих наружное, среднее или внутреннее ухо, слуховой нерв. Р.М. Боскис выделяет «две основных категории детей с недостатками слуха: глухие и слабослышащие (тугоухие) » [10, С.116]. Отдельную группу составляют позднооглохшие. По своей причине тугоухость и глухоту подразделяют на наследственную, врожденную и приобретенную. Специалисты обращают внимание на выраженную зависимость распространенности и причины различных видов тугоухости от принадлежности детей к той или иной возрастной группе. Так, если на первом году жизни преобладает наследственный или врожденный характер глухоты или тугоухости, то в дальнейшем возрастает роль приобретенных факторов снижения слуха.

Время возникновения снижения слуха, степень его сохранности, а также уровень развития речи имеют существенное значение для психического развития личности. Чем раньше выявленные нарушения слуха подвергаются коррекции, тем менее выражены нарушения познавательных процессов личности, а вместе с последним, и адаптация.

Одним из существенных критериев роли слуха в интеллектуальном развитии, является самостоятельность в овладении речью. Речь во многом зависит от степени развития слухового анализатора. При нормальном слухе процесс овладения речью проходит самопроизвольно, а при нарушениях слуха - в результате специального обучения. Слабослышащие, в отличие от глухих, могут самостоятельно, хотя бы в минимальной степени, накапливать словарный запас и овладевать устной речью. Однако наилучшего результата можно достигнуть в учебном процессе.

В последние десятилетия в категории лиц с тяжелыми нарушениями слуха выделена группа детей, перенесших операцию кохлеарной имплантации. Их число неуклонно растет на современном этапе. «Слух ребенка с кохлеарным имплантом приближается к нормальному слуху. Ребенок, у которого процессор КИ правильно настроен, слышит на расстоянии 4-6м. Это позволяет ему узнавать знакомые слова, произносимые обычным голосом на расстоянии 6м, а шепотом – на расстоянии не менее 2-3м» [19]

Сурдопедагогика и сурдопсихология исходят из положения о внутреннем единстве речи и мышления. В работах Р.М. Боскис [10], А.П. Гозовой [16], Т.В. Розановой [27], Ж.И. Шиф [32] раскрываются взаимосвязи между мышлением и речью детей с недостатками слуха.

Анализ речи детей с нарушениями слуха позволяет сделать заключение об общих особенностях их речевого мышления. Как отмечает JI. С. Выготский

[15], именно в значении слова завязан узел того единства, которое мы называем речевым мышлением. Значение слова есть сообщение, есть не что иное, как акт мысли. С развитием у ребенка словесных значений качественно изменяются способы мышления, при этом усложняется структура интеллектуальных операций анализа, синтеза, обобщения, поскольку определенной структуре словесных значений соответствует своя система возможных логических операций мышления.

В результате изучения познавательных процессов у глухих Ж.И. Шиф [32] указывает на прямую связь усвоения языка и мышления, по его мнению, изучение наглядно-образного мышления показало, что из-за недоразвития речи образы припоминаемых объектов у глухих менее динамичны, чем у слышащих. Образы актуализируются гораздо медленнее, представления о воспринимаемых объектах менее четкие, чем у слышащих.

Поскольку учащиеся с нарушениями слуха различаются по уровню речевого развития, то следует ожидать и значительного разнообразия в степени развития их мышления, в характере обобщений, которые у них формируются. Недостаточный уровень овладения речью является препятствием для полноценного развития всей познавательной деятельности глухих и слабослышащих учащихся; речевая недостаточность становится причиной своеобразия их восприятия, памяти и мышления. На этом построено психолого-педагогическое изучение процесса овладения знаниями учащимися с недостатками слуха.

Как и все люди, человек с ограниченными физическими возможностями в своем развитии направлен на освоение социального опыта, социализацию, включение в жизнь общества. Получение образования является неотъемлемой частью этого процесса. Однако физические и психические недостатки меняют, отягощают процесс обучения. К числу проблем, характерных для лиц с нарушением слуха, можно отнести:

- замедленное и ограниченное восприятие;
- недостатки речевого развития;

- недостатки развития мыслительной деятельности;
- пробелы в знаниях;
- недостатки в развитии личности (неуверенность в себе и неоправданная зависимость от окружающих, низкая коммуникабельность, эгоизм, пессимизм, заниженная или завышенная самооценка, неумение управлять собственным поведением).

Результаты исследований российских авторов А.П. Гозовой, Т.В. Розановой, Ж.И. Шиф и др. свидетельствуют о существовании у детей с нарушениями слуха некоторого отставания в формировании умения анализировать и синтезировать воспринимаемый материал. Оперировать образами, сопоставлять вновь изученное с изученным ранее. У глухих и слабослышащих хуже, чем у слышащих сверстников, развит анализ и синтез объектов. Это выражается в том, что глухие и слабослышащие меньше выделяют в объекте детали, часто опускают малозаметные, но существенные признаки.

Врожденное или позднее снижение или отсутствие слуха приводит к формированию специфических особенностей психики и нарушению становления и развития речи. При этом большинство глухих и слабослышащих сохраняют достаточные для получения образования и профессии умственные способности. Главное, на что приходится обращать внимание, это необходимость учета индивидуальных и групповых психофизических особенностей студентов, поступивших в образовательное учреждение среднего профессионального образования.

Таким образом, в исследовании познавательных процессов у глухих и слабослышащих, по сравнению со слышащими, определяется отставание в развитии речи, логического и абстрактного мышления, что отчетливо проявляется при решении учебных задач естественно-математического цикла. В этой связи необходимо рассмотреть принципы обучения математике студентов имеющих различные нарушения слуха, что даст возможность определить подходы к проектированию учебных занятий по математике – отбор содержания, форм и методов обучения.

1.2. Принципы обучения математике студентов с нарушением слуха

Система образования студентов с недостатками слуха в большей степени должна предусматривать учет всех факторов, способствующих повышению эффективности обучения.

В этой связи следует рассмотреть специфические принципы обучения, которые, на наш взгляд, характерны при обучении математике студентов с нарушением слуха.

Одним из важнейших факторов, способствующих повышению уровня математической подготовки, является ***индивидуализация учебной деятельности студентов*** в системе целостного педагогического процесса.

Индивидуализация учебной деятельности учащихся с нарушениями слуха осуществляется на основе учета их индивидуальных особенностей, проявляющихся в их познавательной деятельности, психофизических (в том числе и слуховых) способностях, в умении мобилизовать эмоционально-волевые и интеллектуальные силы, на основе использования дидактических и организационных средств.

В плане использования дидактических средств это проявляется в правильном сочетании целей обучения и конкретных задач и способов действий, в контроле (самоконтроле) за конечным результатом на каждом этапе формируемых знаний и навыков.

В плане организационном это выражается не только в уменьшенной наполняемости групп, но и в различном, в зависимости от учебных задач, сочетании коллективной, групповой, и индивидуальной форм учебной деятельности. Маленькая наполняемость позволяет преподавателю перейти от отдельных приемов, способов, фрагментов индивидуального подхода к системе активного формирования учебной деятельности каждого обучающегося, к интенсивному развитию его личности, к становлению всех его возможностей.

Т.В. Розанова [27], рассматривая вопросы развития математических способностей младших школьников, отмечала, что в овладении математическими знаниями у учащихся наблюдаются индивидуальные различия. Эти различия проявляются в том, что одни учащиеся в процессе обучения усовершенствовали свои знания, другие остались на прежнем уровне, а третьи ухудшили свои результаты, что свидетельствует о непрочности ранее усвоенных математических знаний. Поэтому необходимо усиление индивидуального подхода к обучающимся. С этой целью в процессе работы над материалом студентам обеспечивается разная мера помощи в зависимости от степени усвоения знаний, предусматриваются индивидуальные задания, составленные с учетом их индивидуальных возможностей. Так, сильным студентам наряду с заданиями средней трудности даются более сложные, требующие от них смекалки и сообразительности. Например, можно предложить решить задачу разными способами. Для слабых студентов можно предусматривать больше дублирующих заданий, а так же заданий, направленных на восполнение пробелов в знаниях.

Изучение индивидуальных особенностей студентов с нарушениями слуха позволит построить процесс обучения с учетом их потенциальных возможностей в добывании знаний. По мнению И.А. Михаленковой [21, С.73], это поможет «выявить не только зону актуального, но и зону ближайшего развития учащихся». На основании индивидуальных особенностей (тип и характер интеллекта, уровень его развития и т.п.) для каждого студента возможно составление образовательной программы, которая, в отличие от учебной, имеет индивидуальный характер, основывается на знании особенностей обучающегося как личности. Программа должна быть гибко приспособлена к возможностям студента, динамике его развития под влиянием обучения с использованием различных форм контроля над личностным развитием обучающегося в ходе овладения знаниями.

Учет индивидуальных особенностей на занятиях по математике поможет решить одну из важнейших задач специального образования - обеспечить общее развитие лиц с нарушением слуха и, прежде всего, развитие их мышления и речи.

Другим фактором, способствующим повышению уровня математической подготовки, является ***обеспечение достаточного уровня наглядности.***

Студенты с нарушением слуха имеют индивидуальные психофизические особенности: различный уровень развития остаточного слуха, уровень умственного развития (обучаемость или способность к учению), обученность (уровень приобретенных знаний) и т.д. Наличие этих особенностей указывает на необходимость представления учебного материала в форме, доступной для всех обучающихся.

При изучении математики у глухих и слабослышащих студентов возникают трудности, связанные с усвоением математических фактов, понятий и связей и обусловлено наличием в курсе математики сложных словесных конструкций, выражающих эти факты, понятия и отношения между ними. Данные трудности усугубляются недостаточным уровнем речевого развития студентов с нарушением слуха.

По мнению И.А. Витухиной [12], перенос акцента на невербальные средства преподнесения учебного материала является в школе глухих одним из возможных путей решения ряда педагогических вопросов, связанных с усвоением знаний. Для достижения осознанного усвоения материала следует активизировать у учащихся наглядные представления об изучаемом объекте. Источником таких представлений о многих математических объектах становятся их графические модели, в частности для функций — графики.

Можно отметить, что часто принцип наглядности применяется односторонне: чаще всего на этапе объяснения нового материала, формирования и углубления новых понятий. Чтобы добиться осознания студентами способа действия, стремясь обеспечить понимание содержания условия задачи, преподаватель подбирает подходящий иллюстративный материал.

С помощью принципа наглядности, таким образом, реализуется и другой дидактический принцип — ***принцип доступности***.

Полноценное усвоение знаний и умений происходит в условиях реализации ***принципа коммуникативности***. Эффективное использование письменных и устных средств коммуникации при работе в группе, умение представлять и защищать результаты своей работы, владение различными социальными ролями в коллективе, способность к организации эффективного делового общения являются навыками, которыми необходимо овладеть в процессе обучения.

Коммуникативный компонент развивается в результате включения студентов в групповую деятельность на основе формирования словесной речи, Поэтому коммуникативная система, действующая ныне в практике обучения глухих и слабослышащих, в большей степени направлена на развитие словесной коммуникации. Задачей данной системы является обучение языку как средству общения.

В связи с увеличением в курсе математики для глухих и слабослышащих учащихся доли теоретических знаний особую актуальность приобретают вопросы, связанные с работой над математической терминологией и расширением запаса моделей и вариантов высказываний. От их решения во многом зависит успех обучения математики данной категории учащихся.

Полноценное владение неслышащими студентами речью, в частности математической, предполагает не только совершенствование навыков ее восприятия, но и ее воспроизведения. Эти два процесса взаимосвязаны, их совершенствование осуществляется в условиях использования развивающегося остаточного слуха студентов с нарушенным слухом в ходе образовательного процесса.

Сочетание всех видов речевой деятельности (говорения, слушания, чтения, письма, дактилирования, зрительного восприятия с лица и с руки говорящего) предполагает развитие всей структуры речевой деятельности, которая помогает практической деятельности и вплетается в нее. От содержания целей, условий практической деятельности зависят и соответствующие функции общения, что особенно важно для получения общего или профессионального образования лицами с нарушением слуха.

Очень важно, чтобы в процессе обучения студентов с нарушением слуха обеспечивалась поддержка индивидуальности обучающегося; создание условий для удовлетворения образовательных, культурных потребностей студентов; поощряющий, стимулирующий характер взаимодействия преподавателя и студентов.

Для студентов с нарушением слуха необходимым также является построение процесса обучения на основе ***учета их психофизиологических особенностей.*** Учет индивидуально-психологических особенностей, интеллектуального развития, способностей, уровня подготовки по данному предмету, в частности по математике, осуществляется через содержание и форму самих учебных занятий.

В зависимости от уровня начальной подготовки для каждого студента с нарушением слуха планируется деятельность по изучению курса математики. Если уровень подготовки недостаточный для освоения основного курса, возникает необходимость в дополнительной работе обучающегося по устранению пробелов (посещение корректирующих занятий; выполнение дополнительных упражнений по темам, требующим доработки), если высокий, есть возможность для усвоения расширенного курса. Психофизиологические особенности влияют на скорость, качество и способы усвоения программного материала, поэтому возможен индивидуальный темп работы, а также выбор уровня сложности, на котором усваивается материал на основе построения индивидуальной образовательной траектории.

Для обеспечения поддержки формирования индивидуальной траектории обучения математике входят: комплекты заданий по различным темам курса, методические и учебные пособия и т.п. Содержание курса математики разбивается на ряд последовательно расположенных разделов, каждый из которых содержит учебные цели на разных уровнях сложности.

Каждый студент обязан достичь обязательного базового уровня подготовки, предусмотренного программой. Поэтому при работе с глухими и слабослышащими студентами необходимым является систематическое, вариативное повторение, требующее применения знаний в новых, изменяющихся условиях. При решении задач возможно использование более слабыми студентами схем, таблиц, алгоритмов решения. Необходим более частый, пооперационный контроль. Объем заданий и формы помощи также варьируются. Наиболее подготовленным студентам предоставляется возможность выполнять задания в несколько большем объеме и повышенной сложности.

Таким образом, реализация рассмотренных принципов возможна при построении учебного процесса на основе системы занятий, и для этого необходимо рассмотреть особенности отбора содержания, форм и методов организации учебных занятий по математике со студентами, которые имеют нарушения слуха.

1.3. Особенности обучения математике студентов с нарушениями слуха

Проблема повышения уровня образования диктует необходимость поиска путей новых методов активного обучения. Этой проблемой занимались многие исследователи и можно сказать, что для решения проблемы повышения уровня математической подготовки учащихся с нарушением слуха определяют следующие направления:

1) усиление коммуникативной направленности обучения на основе использование словесной речи в условиях мотивированного поведения;

2) разработка единого языкового материала - базисной лексики, общей для всех предметов с выделением специфической лексики для каждого предмета;

3) максимальное развитие слухового восприятия;

4) повышение учебной и речевой активности учащихся на протяжении всего занятия, более углубленное выявление в процессе обучения уровня знаний и речевых навыков, обеспечение обратной информации о правильности понимания текста задания и контроль результатов той или иной деятельности; более полная реализация дифференцированного подхода в обучении;

5) усиление связи учебной и внеклассной работы в области обогащения речи с развитием познавательной деятельности и формирования личности учащегося в целом.

Для определения уровня подготовленности студентов по математике Е.А. Жеребятьева [18] отмечает следующие критерии успешного обучения математике в школе глухих:

1) усвоение математических понятий, соотнесенных друг с другом, и мыслительных действий, соотнесенных с этими понятиями (понятиями числа — количества и порядка; равенства — неравенства; арифметических действий и т.д.);

2) обеспечение достаточно высокого уровня наглядных форм мышления в предметно-практической и игровой деятельности как фундамента для формирования словесно-логического мышления;

3) развитие активной речи учеников, представляющей собой оперирование речевыми средствами, которые выражают различные предметно-количественные и пространственно-временные отношения;

4) формирование навыков учебной деятельности, умения осуществлять самоконтроль, потребности в самоконтроле.

Математика занимает одно из важнейших мест в современной системе образования. Это говорит об универсальности этой области знаний. Теория и методика обучения математике располагает дидактическими методами и средствами для воспитания и развития личности. Воспитание творческих способностей учащихся необходимо проводить целенаправленно, систематически, чтобы обеспечить математическое развитие учащегося. Это развитие определяется следующими компонентами: развитием научного мировоззрения; владением навыками формально-логических преобразований дедуктивного мышления; умением логически мыслить, разбираться в элементарных логических конструкциях; составлять простейшие математические модели изучаемых явлений и процессов; оценивать содержание задачи и ставить новые, более общие задачи; а также в общих задачах выделять частные случаи и анализировать их.

Совершенствование системы обучения лиц с недостатками слуха предполагает повышение уровня их математического образования как необходимой основы для многих профессий и важного компонента общей культуры члена современного общества. Подготовка к жизни и практической деятельности глухих учащихся немыслима без вооружения их математическими знаниями. Исследования, проведенные А.П. Гозовой [17], показывают, что глухие учащиеся достаточно успешно решают задачи с исходными данными, обладающими высокой степенью наглядности, в тех же случаях, когда задание требовало проведения логических операций, результативность работы заметно снижается. Например, различия между глухими и слышащими выступают весьма отчетливо при расшифровке чертежей по мере их усложнения. Особенности глухих в значительной мере обусловливаются недостаточной сформированностью опорных пространственных образов, умения сопоставлять информационные признаки отдельных планов чертежей, недостаточным овладением геометрическими понятиями.

Глухие и слабослышащие учащиеся обнаруживают затруднения в определении пространственных отношений между различного рода объектами с помощью одних лишь словесных средств, и во многих случаях правильные решения достигаются в результате накопления многочисленных проб, т.е. эмпирическим путем.

Продуктивность практического решения задач (геометрических, алгебраических и др.) у глухих сравнительно высока. Однако, они значительно отстают от слышащих сверстников в умении рассматривать задачи в теоретическом плане (проводить анализ зависимостей между различными величинами, выделять отдельные переменные, сопоставлять полученные результаты с исходными, формулировать выводы).

Для повышения уровня математической подготовки лиц с нарушением слуха необходимо, прежде всего, уделить внимание речевому развитию. От уровня речевого развития зависит становление мышления, а успешность формирования логических операций во многом определяется степенью участия речи в процессе мыслительной деятельности. Постоянная речевая опора позволяет рассматривать объекты с разных точек зрения, включать их в новые системы связей и отношений, обнаруживать новые стороны, тем самым обеспечивает динамику мышления. Логическое мышление есть мышление речевое. Слово является и основой, и средством, и результатом этого процесса.

Необходимым условием оптимизации учебного процесса является повышение общего уровня развития студентов в процессе изучения основ наук, что, в свою очередь, зависит от содержания и структуры учебного материала, подлежащего усвоению.

К числу основных видов учебной деятельности на уроках математики относится выполнение упражнений, решение различного рода задач. Как показывает педагогическая практика, эффективность упражнений и задач при обучении глухих и слабослышащих во многом зависит от того, насколько тесно и органично связана деятельность по их выполнению с наглядными представлениями.

Большое значение для совершенствования процесса обучения студентов с нарушением слуха имеет рациональное сочетание наглядных и словесных средств. Сочетание слова и наглядности в обучении лиц с нарушением слуха

— проблема, имеющая давние истоки и традиции в своей постановке и путях решения. Т.К. Стуре [29] пишет, что для значительной части взрослых глухих учащихся более эффективен путь обучения, идущий от слова к наглядности, чем наоборот. Информативная ценность текстов для глухих старшеклассников обеспечивается укрепляющейся с годами обучения взаимосвязанностью в их мышлении понятия и образа, благодаря чему они могут более успешно, чем младшие школьники соотносить вербальный и графический материал.

Особенности речи и мышления людей, имеющих недостатки слуха, обусловливают сужение объема поступающей в процессе обучения информации и ограничение их коммуникативных возможностей. Однако словесная речь не является единственным носителем информации. В своей статье А.П. Гозова [17] отмечает, что специфика обучения глухих проявляется и в том, чтобы большинство сообщаемых учащимся сведений сопровождалось наглядными компонентами информации, которые при рациональном их использовании могли бы устранять неопределенность при восприятии устной речи. «Однако и в этих случаях возникает ряд проблем, и, прежде всего, следует отметить, что далеко не очевидны формы сочетания наглядных и словесных ее компонентов. Люди с нарушениями слуха получают словесную и наглядную информацию главным образом посредством зрительного канала, но их одновременное восприятие во многих случаях оказывается затруднено или невозможно. Это вызывает необходимость поочередного и четко регламентированного предъявления различных видов сообщений» [17, с. 56].

Так, в исследованиях Т.К. Стуре [29] уделялось внимание нахождению путей наиболее целесообразного сочетания словесной и наглядной информации при решении технических задач.

При работе со студентами с нарушением слуха необходимо, чтобы устное объяснение материала подкреплялось наглядным изображением и затем дублировалось устным пояснением. Необходима также последующая беседа по представленному материалу (вопросы студентам, выявляющие степень восприятия нового материала с целью восполнения пробелов понимания). Таким образом, схема объяснения нового материала, на наш взгляд, такова: устное объяснение — визуальный объект — устное пояснение - беседа по предложенному материалу. Также при ответе студента речь (любой её вид), подкрепленная рисунками, говорит о понимании изученного. Тем не менее, предпочтительнее — речь устная, развитие которой неразрывно связано с развитием мышления.

Так, для активизации мыслительной деятельности студентов с нарушением слуха и улучшения восприятия ими изучаемого материала наиболее эффективным, по нашему мнению, является сочетание наглядности и всех видов речи (устной, письменной, дактильной, жестовой).

Вместе с тем, было выявлено, что учащиеся испытывали трудности при установлении взаимной принадлежности словесной и наглядной информации. При последовательном выделении опознавательных признаков, содержащихся в текстах и рисунках, и в особенности при выполнении практических действий освоение принципов работы данного технического устройства значительно улучшалось.

В отечественной психолого-педагогической литературе многими учеными (Н.В. Борисова, А.В. [9], Петровский, В.В. Сериков, И.С. Якиманская[33] и др.) освещается проблема личностного развития. В центре обучения, основанного на личностном подходе, находится учащийся, при этом он выступает субъектом познавательной деятельности. Обучение ведется с учетом способностей и потребностей учащихся, что способствует развитию творческой индивидуальности каждого.

Образовательный процесс организуется на учебном диалоге обучающегося и преподавателя, который направлен на совместное конструирование программной деятельности. При этом обязательно учитываются индивидуальная избирательность студента к содержанию, виду и форме учебного материала, его мотивация, стремление использовать полученные знания самостоятельно, по собственной инициативе, в ситуациях, не заданных обучением. Этот факт является необходимым при работе со студентами с нарушением слуха, имеющими определенные трудности в усвоении знаний, что определяется своеобразием их мыслительной деятельности.

Готовясь к занятию, преподаватель подбирает разнообразный дидактический материал, исходя из учебных возможностей студентов (прежде всего уровня усвоения знаний), индивидуального темпа работы. По мнению И. С. Якиманской [33], важно подбирать дидактический материал с учетом индивидуальных способов переработки учебной информации (словесного, знаково-символического, рисуночного и др.).

Необходимо отметить, что основная масса студентов с нарушением слуха имеет сопутствующие заболевания, в связи с этим не все студенты имеют возможность регулярного посещения занятий. Для таких студентов определяется индивидуальный график и форма сдачи тем по курсу математики. Также наряду со слабоуспевающими существуют студенты, способные и желающие освоить материал на более высоком уровне и в большем объеме с целью дальнейшего обучения по специальности.

В силу своих психофизических особенностей не каждый студент с нарушением слуха может освоить программу по математике на высоком уровне. Поэтому при обучении таких студентов основной задачей является достижение всеми обучающимися минимального уровня математической подготовки, соответствующего государственному образовательному стандарту и адекватного потенциалу конкретного студента. Тем не менее, фактором, определяющим конкурентоспособность на рынке труда, является уровень образования, который связан, в частности, с уровнем математической подготовки.

Это говорит о необходимости создания условий для формирования индивидуальной образовательной траектории, что предусматривает индивидуальное продвижение студента при изучении основного курса по предмету. Это продвижение может происходить по общей для данного контингента студентов или расширенной программе в зависимости от уровня подготовки конкретного обучающегося (темы, ранее изученные и недостаточно усвоенные либо темы, являющиеся необязательными для изучения по данной программе). Содержание индивидуальной траектории обучения определяется образовательными потребностями, индивидуальными способностями и возможностями студента (уровнем готовности к освоению программы), содержанием программы.

Формирование индивидуальной траектории обучения каждого студента с нарушением слуха происходит в процессе:

- индивидуализированного обучения;
- дифференцированного обучения;
- разработки специального методического обеспечения;
- привлечения самого обучающегося к планированию его деятельности в процессе обучения.

При этом дифференциация и индивидуализация обучения являются значительно более глубокими, чем в массовом образовании.

Прозрачность системы обучения (открытость для обучающихся информации о содержании курса математики, требованиях к математической подготовке на каждом этапе, системе контроля) позволяет студенту определять самому свой путь продвижения в процессе обучения: выбирать свой темп обучения, уровень усвоения.

Таким образом, формирование индивидуальной траектории при обучении математике студентов с нарушением слуха позволяет обеспечить для каждого из них индивидуальный темп обучения и различный объем и уровень усвоения материала с учетом индивидуальных особенностей и возможностей каждого. Индивидуальные различия студентов проявляются лишь во взаимодействии с другими. Именно поэтому становится актуальным создание условий для развития у каждого умений и навыков работы в группе. Тем самым любая форма работы со студентами, а тем более с глухими и слабослышащими, прежде всего, является коммуникативным событием.

На основе вышеизложенного, можно сказать, что к особенностям обучения математике студентов с нарушением слуха следует отнести:

- построение учебного процесса через формирование индивидуальной образовательной траектории обучающегося;

- содержание обучения должно формироваться на основе применения дидактических материалов, позволяющих учесть уровень подготовки каждого студента, и быть направлены на развитие активной математической речи и математического мышления студентов;

- формы организации учебной деятельности студентов с нарушением слуха на занятиях по математики должна строиться на основе сочетания индивидуальных и групповых форм, что способствует развитию коммуникативных компетенций обучающихся;

- методы и методические приемы работы преподавателя математике, при работе на разных этапах урока, должны учитывать упорядоченное сочетание средств наглядности на основе информационных технологий и различных форм речи (устной, письменной, жестовой);

- формирование навыков учебной деятельности студентов должно учитывать индивидуализированный подход и строиться на основе применения разноуровневых математических задач.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С НАРУШЕНИЕМ СЛУХА

2.1. Особенности организации процесса обучения математике студентов с нарушением слуха.

В Сыктывкарском политехническом техникуме (СПТ) обучение осуществляется по учебным планам, составленным в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС) [3]. Учебные планы техникума первых трёх лет обучения помимо профилирующих и специальных дисциплин включают программу средней (полной) общей школы, в том числе общеобразовательную учебную дисциплину «Математика». Курс математики предназначен для студентов техникума, для которых математика рассматриваются как элемент общего образования. Этот курс представлен одним предметом — «Математика», в котором в разумной последовательности чередуются сведения из алгебры и начал анализа с геометрическим материалом.

На протяжении многих лет по профессиям «Наладчик программного и аппаратного обеспечения», «Мастер по обработке цифровой информации», «Портной» студенты с нарушением слуха обучаются математике по адаптированным общеобразовательным программам, которые разработаны в соответствии ФГОС с учетом требований методических рекомендаций по разработке и реализации адаптированных образовательных программ среднего профессионального образования[4]. При реализации адаптированной общеобразовательной программы по учебной дисциплине «Математика», в пределах освоения ОПОП СПО, на базе основного общего образования с получением среднего общего образования, максимальная учебная нагрузка обучающихся составляет по профессиям СПО технического и социально-экономического профилей - 427 часов. Из них аудиторная (обязательная) нагрузка обучающихся, включая практические занятия — 285 часов; внеаудиторная самостоятельная работа студентов — 142 часа;

Главное, на что приходится обращать внимание, при обучении студентов с нарушением слуха, это необходимость учета индивидуальных и групповых психофизических особенностей (среднего) студента, поступившего в СПТ. При получении образования обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются услуги сурдопереводчиков (статья 79 ФЗ №273) [1]

Следует отметить ряд характерных признаков обучающихся с нарушением слуха:

- более низкий исходный интеллектуальный потенциал;
- сниженный уровень информационного запаса;
- замедленное усвоение информации, знаний;
- слабая способность к выделению основной идеи;
- пониженный общекультурный уровень;
- пониженная общая социальная активность;
- наблюдается комплекс общей неполноценности и, в то же время, есть элементы завышенной самооценки.

Как показывает практика, у 38 % первокурсников недостаточно развиты навыки самостоятельной работы, 29% не умеют планировать предстоящую работу и осуществлять ее контроль, а 33% не владеют приемами логического мышления, такие как сравнение, классификация, обобщение, доказательства и т.п.

Из числа студентов, имеющих нарушения слуха, 70 % затрудняются при конспектировании учебного материала на лекциях и во время самостоятельной работы, 30 % слабо владеют умениями и навыками работы с учебной и научной литературой. В связи с рассмотренными психофизическими особенностями данной категории студентов, наполняемость групп колеблется от 6 до 12 человек[5]. В этих группах обучаются студенты слабослышашие с разной степенью тугоухости, глухие и кохлеарно имплантированные. Несмотря на то, что наполняемость групп небольшая, процесс обучения вызывает затруднения у преподавателей и студентов, особенно в первый год обучения. Причина затруднений заключается в исходных уровнях интеллектуального потенциала обучаемых.

Спецификой обучения в СПО является лекционно-практическая система обучения. Восприятие лекции для студентов с нарушением слуха представляет большую трудность, особенно на начальном этане обучения, то связано с непривычной формой работы, психофизическими особенностями наших студентов, с неподготовленностью их к восприятию большого объема теоретического материала, неумением вести записи. Поэтому проводятся лекционно-практические занятия, на которых сочетаются лекция (изложение небольшой по объему части теоретического материала) и практическое занятие (решение заданий по изложенному материалу). Таких связок в течение одного занятия может быть несколько, что облегчает восприятие и способствует лучшему усвоению материала.

Объяснение учебного материала происходит от простого к сложному. В тоже время принцип обучения от общего к частному используется в меньшей степени, чем при работе со здоровыми учащимися, так как студенты с нарушением слуха легче воспринимают и лучше усваивают более конкретные вещи, а абстрактный материал воспринимается ими с трудом.

На учебных занятиях по математике применяется сочетание индивидуальных и групповых форм организации обучающихся. В связи с тем, что обучающиеся обладают различными интеллектуальными способностями, это приводит к неодинаковым результатам в процессе обучения. У инвалидов по слуху эти различия усугубляется неразвитостью речи, меньшим понятийным запасом, недостаточным опытом работы с литературой, замедленным процессом восприятия информации.

Так как усвоение программы по математике для данной категории студентов является затруднительным при условии низкого начального уровня усвоения знаний в соответствие со стандартом основного общего образования по математике, проводятся индивидуальные консультации.

Обучение глухих и слабослышащие студентов должно строиться в соответствии с их индивидуальными особенностями, возможностями и потребностями. Формирование индивидуальной траектории обучения математике студентов с нарушением слуха в наибольшей степени способствует учету этих особенностей.

Формирование индивидуальной траектории обучения конкретного студента начинается с характеристики особенностей учащихся, по результатам вводного тестирования. На этой основе выделяются темы для каждого студента, по которым необходима корректировка знаний, умений и навыков студентов и проводятся дополнительные консультации с учетом полученной информации, на которые отрабатывается темы, усвоенные студентами в недостаточном для дальнейшего обучения объёме.

В зависимости от выявленных особенностей каждого студента вместе с ним намечается программа дальнейшей работы, ее объём, конкретное содержание, периодичность. В процессе обучения, по результатам контроля усвоения материала, эта программа корректируется.

Покажем на примерах, как формируется индивидуальная траектория обучения конкретного студента. Для этого мы даем характеристику особенностей учащихся, исходя из которых, и формируется индивидуальная траектория.

Никита С. (Ds: глухота. В состоянии после кохлеарной имплантации справа. Слева слухопротезирован индивидуальным слуховым аппаратом. Речевой материал воспринимает 100% на комфортном для КИ расстоянии 1,2-2,5 метров. Не различает на слух некоторые звуки. Поэтому в незнакомых словах и терминах требует слухо-зрительную опору) По результатам входного тестирования показал достаточно хороший уровень начальной подготовки, поэтому корректирующие занятия не посещал. Легко усваивает алгебраические задачи базового уровня, способен выполнять задания повышенной сложности. Изучение алгебры и начал анализа проходит в индивидуальном темпе с опережением, изучает темы, являющиеся дополнительными. На занятиях по стереометрии работает со всей группой, решая задачи в основном базового уровня. При этом значительное время уделяется решению стереометрических задач по готовым чертежам.

Александр А. (Ds: сенсоневральная тугоухость III степени (слабослышащий)). Слухопротезирован индивидуальным слуховым аппаратом. Имеет стойкие нарушения речи, недостаточные навыки зрительного (навык чтения с губ) и слухозрительного восприятия речи, владеет жестовой речью, дактилем. По результатам входного тестирования выявлены темы, которые вызвали наибольшие затруднения:

- решение неравенств, систем неравенств;
- действия со степенями, корнями;
- построение графиков функций с помощью элементарных преобразований;
- свойства геометрических фигур;

Показал недостаточный уровень начальной подготовки, поэтому корректирующие занятия посещал в I семестре. В процессе обучения помимо заданий по изучаемой теме часто предлагаются дополнительные задания по прошлому материалу. Так как образное мышление развито не достаточно, то усвоение стереометрии затруднено. На занятиях по стереометрии работает со всей группой, решая задачи в основном базового уровня. При этом значительное время уделяется решению стереометрических задач по готовым чертежам.

Максим М. (Ds : сенсоневральная тугоухость IV степень, глухота. Слухопротезирован индивидуальным слуховым аппаратом. Имеет стойкие нарушения речи, достаточные навыки зрительного (навык чтение с губ) восприятия речи, владеет жестовой речью, дактилем). Уровень начальной подготовки слабый, в обязательном порядке посещал коррекционные занятия в I семестре (работа по темам, которые были усвоены недостаточно для изучения дальнейшей программы, в частности: действия с дробями, решение линейных, квадратных, дробно-рациональных уравнений и неравенств, чтение графиков, вычисление площадей плоских фигур и др.). Работает в основном на базовом уровне по всему курсу математики, часто использует алгоритмы решения стандартных задач. В процессе обучения помимо заданий по изучаемой теме часто предлагаются дополнительные задания по прошлому материалу. Так, например, при изучении тригонометрии дополнительные задания предлагались на решение линейных и квадратных уравнений, так как эти темы ранее вызывали затруднения, а при решении в дальнейшем тригонометрических уравнений этот материал необходим.

2.2. Разработка системы занятий по математике для обучения студентов с нарушением слуха.

Как отмечалось выше, врожденное или позднее снижение (отсутствие) слуха приводит к формированию специфических способностей психики и нарушению становления и развития речи. При обучении ЛОВЗ следует учитывать особенности психофизиологических, слухоречевых и познавательных возможностей обучаемых.

Особенности преподавания математике включают в себя необходимость учитывать следующие элементы:

- коррекционную направленность обучения;
- использования сурдоперевода и специальных средств общения с глухими и слабослышащими студентами;
- специфический выбор методических приемов при преподавании лицам с нарушением слуха, что влечёт за собой необходимость проектирования занятий по математике с учётом этой специфики.

Студенты лучше воспринимают тот материал, который предъявлен в наиболее легко воспринимаемой форме. Для глухих, как правило, такой формой является жестовый язык. Для слабослышащих студентов эффективна практика опережающего чтения, когда студенты заранее знакомятся с лекционным материалом и обращают внимание на незнакомые и непонятные слова и фрагменты. Восприятие жестовой речи для многих слабослышащих студентов нередко вызывает затруднения, что связано со способами обучения в школах для слабослышащих. Такой вариант организации работы позволяет студентам лучше ориентироваться в потоке новой информации, заранее обратить внимание на сложные моменты. Поскольку состав групп неоднородный (в одной группе обучаются студенты с разной степенью потери слуха), при выборе способов подачи лекционного материала оптимальным является использование всех четырех видов речи: жестовой, дактильной, письменной, устной. При этом необходимо адаптировать текст лекции для студентов с нарушением слуха: не использовать, если это возможно, длинных фраз, сложных предложений.

У студентов с нарушением слуха на занятиях зрительный канал работает с перегрузкой, причем тем большей, чем сильнее поражены органы слуха. Это приводит к снижению скорости восприятия информации и повышенной утомляемости во время занятия. В связи с этим надо выделить некоторые особенности проектирования и проведения занятий, позволяющие снизить нагрузки:

- представление информации с использованием наглядности и активизации мыслительной деятельности;
- представление материала малыми дозами;
- комплексное использование устной, дактильной, жестовой речи;
- хорошая артикуляция;
- немногословность, четкость изложения, отсутствие лишних слов;
- неоднократное повторение, причем фраза должна повторяться без изменения слов и порядка их следования;
- обучение работе со зрительными образами: работа с графиками, таблицами, схемами и пр.;

- тренировка умения выделять главное: обучение составлению конспектов, таблиц, схем.

Многие проблемы помогает решить изложение лекций с использованием учебно-методических презентаций, такой подход позволяет:

- использовать наглядность;
- упростить коммуникацию;
- облегчить восприятие нового материала.

По курсу «Математика» нами разработан пакет учебно-методических презентаций, состоящий из лекций по основным темам курса. [Приложение №3]

Обязательными элементами каждого занятия являются:

- название темы,
- постановка цели,
- сообщение и запись плана занятия,
- выделение основных понятий и методов их изучения,
- указание видов деятельности студентов и способов проверки усвоения материала.

Наряду с этими элементами при обучении студентов с нарушением слуха необходимым компонентом занятий является словарная работа, т.е. работа по обогащению и развитию речи глухих и слабослышащих на занятиях.

Рассмотрим структуру занятия по математике для обучения студентов с нарушениями слуха.

Лекционно-практическое занятие.

1. Подготовительный этап;

опережающее чтение;

словарь новых терминов;

изложение новой темы (небольшими порциями):

прослушивание части нового материала, подкрепленного наглядным изображением,

обсуждение,

записи в тетради;

закрепление: решение заданий на изученную тему

аналогичная работа по следующей части и т.д.

обобщение, выделение главного.

Подготовительный этап помогает восприятию лекции по данной теме.

Проводится беседа, целью которой является выяснение знаний студентов, необходимых для изучения новой темы и актуализации знаний предыдущей темы. Если есть необходимость, то студенты в течение 5 — 10 мин. восстанавливают в памяти все основные определения, понятия, утверждения изученной темы. Затем преподаватель проводит экспресс-опрос (форма может быть различной). Для глухих и слабослышащих, у которых слабо развита долговременная память, этот этап необходим.

Так при изучении темы «Логарифмические уравнения» подготовительный этап может включать следующие вопросы:

Дайте определение следующих понятий: уравнение, корень уравнения.

Область допустимых значений уравнения.

Какие основные методы решения показательных уравнений Вы знаете?

Запишите основные свойства логарифмов.

Назовите свойства логарифмической функции.

Знакомство с новой темой может начинаться сразу с введения *словаря* новых терминов (см. ниже). Чаще студентам предлагается выделить незнакомые термины во время *опережающего чтения,* а уже потом проводится работа с новыми словами.

Затем излагается *основное содержание темы* у доски или посредством компьютерных презентаций. Применение компьютера позволяет представить краткое изложение материала со схемами, графиками, рисунками и различными спецэффектами для усиления восприятия. Такое объяснение является естественным элементом учебного процесса для инвалидов по слуху, у которых образное восприятие гораздо эффективнее, чем восприятие однородного текста.

По окончании лекции студентам предлагаются вопросы и теоретические упражнения, дающие возможность сразу закрепить изученный материал.

После лекции следуют практические занятия, на которых преподаватель целенаправленно проводит работу по выработке у студентов умений и навыков решения основных типов задач. Эффективность обучения математике зависит от выбора оптимальных сочетаний методов преподавания, стимулирования к обучению и контроля знаний. При обучении глухих и слабослышащих студентов математике требуется особенно кропотливая и систематическая работа с введенными понятиями, теоремами, алгоритмами. Здесь полезно применение схем, моделей, систематизирующих таблиц, карточек с образцами решения основных типов задач, опорных конспектов, карточек-инструкций и т.д.

Если слабослышащий студент с высоким уровнем остаточного слуха может вполне успешно воспринять алгоритм решения задачи, выраженный в словесной форме, то глухой студент легче воспринимает схему решении, представленную более наглядно (блок-схема, таблица). Тем не менее, алгоритм решения предлагается в обеих формах, так как группы смешанного состава, а также необходимым является развитие математической речи. Воспроизведение алгоритма решения учащимся активизирует мыслительную деятельность, способствует развитию речи студента с недостатками слуха.

Учитывая личностные особенности студентов с нарушением слуха, особое внимание уделяется формам работы при проведении занятий по математике. Так, при организации семинарских и практических занятий нами отдается предпочтение индивидуальной и индивидуализированной (самостоятельной) форме работы студентов, а также групповой форме, которая развивает коммуникативные способности студентов с нарушением слуха.

Индивидуальная работа на занятии представляет собой самостоятельную работу каждого студента по единому для всех заданию. В ходе индивидуальной деятельности каждый работает в том темпе и ритме, который соответствует его возможностям. Роль преподавателя состоит в этом случае в оказании помощи тем, кто в ней нуждается.

При индивидуализированной форме работы студенты выполняют разные задания, причем различаться может и их объем, и содержание, и характер познавательной деятельности при выполнении задания, в зависимости от индивидуальных способностей и особенностей студента, при этом осуществляется дифференцированный подход к каждому студенту.

При групповой форме работы особое значение имеет качественный состав самой бригады. Оптимальным является следующее соотношение: три студента с различной степенью потери слуха - глухой, слабослышащий (с плохо сформированной речью), слабослышащий (с достаточно хорошо сформированной речью), а также имеющие разные математические способности.

Зачет по теме бригада может получить только, если все члены бригады овладеют навыками решения данного вида задач и могут ответить на теоретические вопросы, поставленные преподавателем. Таким образом, у наиболее способного и успевающего студента будет стимул к подготовке своих более слабых товарищей. Подобные защиты не только способствуют формированию знаний и практических навыков, но и развивают коммуникативные способности каждого студента, совершенствуют его личные качества, взаимопомощь, ответственность.

В исследованиях по проблемам индивидуализации и дифференциации обучения подчеркивается, что особенно необходим индивидуальный подход на этапах закрепления и применения знаний.

Одной из важнейших задач является предоставление возможности всем студентам на каждом занятии сообщать о своих достижениях. Принцип обратной связи стимулирует учащегося готовиться к каждому занятию. Так в начале занятия отводится время (10 — 15 минут) на повторение изученного материала и (или) проводится самостоятельная работа. В это время происходит проверка домашнего задания и беседа последовательно с каждым студентом. Оперативная обратная связь «студент - преподаватель» позволяет внести в учебный процесс необходимые корректировки и организовать работу по устранению обнаруженных пробелов.

Организация обучающей самостоятельной работы студентов с нарушением слуха имеет свои особенности. Если студент не справляется с решением заданий самостоятельно, то ему следует оказать необходимую помощь в той форме, которая приемлема для данного студента (зависит от степени глухоты, психофизических особенностей и др.). Эта работа также носит дифференцированный характер. Помощь оказывается лишь тогда, когда студент не может решить задачу самостоятельно или в решении допущены ошибки. Формы и виды помощи могут быть различными.

Необходимость в стимулирующей помощи возникает тогда, когда студент не включается в работу после получения задания, или когда работа завершена, но выполнена неверно. В первом случае преподаватель помогает студенту организовать себя, мобилизовать внимание, нацеливает на выполнение задания. Во втором случае, — указывает на наличие ошибки в работе, необходимость проверки решения, а в случае необходимости и разбора ошибки.

Направляющая помощь предусматривается в случаях, когда студент затрудняется в выборе способа решения поставленной перед ним задачи. В этом случае помощь учителя заключается в том, что он обращает внимание студента на решение аналогичной задачи, или помогает в выполнении первого шага решения, или помогает составить план действий.

Система обучения студентов с нарушением слуха должна не только учитывать их особенности, но и преследовать реабилитационные цели. Поэтому обязательным элементом каждого занятия является словарная работа, направленная на развитие речи данной категории студентов.

Словарная работа — это система работы по обогащению и развитию речи глухих и слабослышащих студентов на занятиях.

Как известно, у большинства слабослышащих и, особенно у глухих студентов словарный запас ограничен. Это касается не только специальных терминов, но и слов, употребляемых в разговорной и письменной речи. Для восприятия студентом смысла лекции, текста учебника очень важно, чтобы ему было понятно значение каждого слова.

У глухих и слабослышащих студентов процесс овладения знаниями по предмету и словесной речью взаимосвязан. Обогащение словаря облегчает такому студенту процесс изучения предмета и, наоборот, обучение предмету обеспечивает дальнейшее обогащение словаря. Поэтому преподавателю необходимо планировать словарную работу, проводимую на занятии.

Задачи словарной работы заключаются в следующем:

- раскрыть значение слов, терминов, выражений, фраз, необходимых для понимания смысла изучаемого материала;

- ввести новые понятия в активный фонд речи студентов с помощью организации речевой практики систематического накопления словарного запаса;

- ввести математические термины в речь студентов, сделав ее научной;

- развить связную устную и письменную речь.

Словарная работа на занятиях математики состоит из нескольких разделов и охватывает всю работу по изучению предмета. Условно можно выделить следующие разделы:

- объяснение нового словаря;
- закрепление словаря, включение его в речевую практику.

Порядок работы над терминами: слово-термин читается по учебнику или сразу выписывается на доске, раскрывается основное значение термина, при этом указывается, как это слово произносится (расставляются ударения, слово набирается дактильным алфавитом), далее новый термин проговаривается обязательно каждым студентом вслух. Затем преподаватель совместно со студентами и с участием сурдопереводчика подбирает или придумывает жест, в наибольшей степени соответствующий смыслу данного термина. Потом студенты записывают его в словарь, например:

Термин	Определение (слово, описание, рисунок)	пример	жест
уравнение	равенство, которое содержит неизвестные буквенные величины(два ,умноженное на икс в квадрате плюс пять умноженное на икс равно нулю.	$2x^2 + 5x = 0$	« у », « = »

Выделим следующие приемы объяснения слов, используемые на занятиях математики:

1. Применение наглядности. Это показ предмета или его изображения на доске или с помощью мультимедийного проектора.
2. Описание термина словом, т.е. приемы словотолкования.
3. Логическое определение понятия — объяснение слова с помощью видового или родового понятия, обобщение понятия, расчленение общего понятия на конкретные.
4. Обучение пониманию слова в контексте.

Разъяснение математических терминов опирается на словарный запас студентов. Часто, прежде чем приступить к определению математического термина приходится объяснять некоторые опорные слова.

Понимание слова - это представление (видение, осязание и т.п.) образов тех предметов или явлений, которые оно обозначает. Это первый уровень понимания слова. Полное понимание слова есть тогда, когда студенты называет структурные элементы предмета или явления (из чего состоит) и его функциональные особенности (для чего служит, что с ним можно делать и т.п.).

Активизация словарного запаса зависит от уровня подготовки студента. Внутри группы студенты различаются по состоянию слуховой функции, речевому и общему развитию, степенью овладения произносительными навыками. Студентам с низким уровнем развития речи предлагаются дополнительные задания для закрепления речевых навыков.

Усвоить новое слово, термин — значит сделать его понятным; закрепить его - научиться свободно, пользоваться им в устной и письменной речи. Чтобы закрепить новое слово, его надо сознательно употреблять 6 — 7 раз в различных ситуациях с определенными промежутками во времени, а для глухих этот период еще более длителен. Только те термины, которые активно используются при ответах, будут освоены прочно и сознательно. Поэтому надо формулировать задания так, чтобы поставить студентов в ситуацию, при которой необходимо употребить новый термин.

Важным элементом словарной работы является использование логических тестов, что позволяет не только активизировать речь студентов с нарушением слуха, но и развивать логическое мышление.

Чтобы узнать, какие логические операции мышления в недостаточной мере сформированы, следует провести диагностику на развитие логического мышления. Приведем примеры:

«Выделение существенных признаков математических понятий»

Необходимо из пяти предлагаемых терминов выбрать два, которые наиболее точно определяют математическое понятие. На одно задание 20 секунд

геометрия (фигура, точка, свойства, уравнение, теорема);

уравнение (корень, равенство, сумма, неизвестное, умножение);

сумма (множитель, слагаемое, равенство, плюс, делитель);

степень (корень, показатель, решение, основание, произведение);

координата (плоскость, абсцисса, ось, ордината, прямая).

Обработка полученных данных: студенты, которые правильно выполнили задание, умеют выделять существенные и несущественные признаки математических понятий.

«Исключение лишнего»

Предлагается ряд математических понятий, чисел, математических выражений. В каждом задании один элемент не обладает общим свойством. Необходимо исключить элемент, не относящийся к группе других.

8, 20,-4, 18, 5;

1/3,4/5, 16/13, 5/6,-8/9;

Делимое, плюс, деление, частное;

Основание, показатель, степень, произведение;

5 Точка, отрезок, прямая, уравнение, плоскость;

Параллелограмм, окружность, квадрат, трапеция, ромб;

145,-434,56,-186, 875;

Координата, ось, абсцисса, фигура, ордината;

30, 15,91,635,400;

$x + 1$; 12:4+6; $3x-5$; 1Ьс-x^2; $6-5x^4$.

Обработка данных: 6 из 10 — удовлетворительно. Студенты, которые справились с заданием, умеют обобщать и классифицировать.

Работать над развитием логического мышления студентов с недостатками слуха надо систематически, последовательно, учитывая, что логическое мышление формируется по-разному для каждой группы учащихся одного и того же возраста. Рассмотрим некоторые логические тесты, которые применяются нами на занятиях. В своей работе мы используем задания, разработанные на основе методики, предложенной И.К. Акири [6].«Решить логический тест - значит определить способ решения первых заданий и, применяя метод аналогии, использовать его для решения остальных заданий, для нахождения ответа на поставленные вопросы. Каждый предлагаемый логический тест содержит некоторый математический «секрет». Выявить этот «секрет» - основная задача решающего» [6, с. 27].

Для решения предлагаемых математических тестов кроме знаний из курса математики необходимо умение наблюдать, сравнивать, обобщать, проводить аналогии, делать выводы и обосновывать их. В основном тесты представляют собой задания творческого характера, направленные на формирование у студентов с недостатками слуха таких приемов умственной деятельности, как анализ, синтез, обобщение, конкретизация, аналогия и др.

Применение логических тестов позволяет организовывать на занятиях математики интересные ситуации, способствующие лучшему усвоению программного материала и, в целом, развитию логического мышления студентов. Также данный вид тестов является элементом словарной работы и способствует развитию грамотной математической речи студентов с нарушением слуха.

Рассмотрим используемый нами способ работы со студентами с нарушением слуха на примере следующего упражнения:

Исключить лишнее слово корень, переменная, делитель, уравнение

Исключить лишнее слово, т.е. определить логическую закономерность, лежащую в основе подбора этих терминов, и, исходя из нее, исключить логически несовместимое слово. В данном случае лишним словом будет «делитель». В процессе обсуждения и анализа решения логического теста, организуется беседа по пройденному материалу, повторяются определения, свойства, теоремы, относящиеся к понятиям, включенным в задание. Таким образом, студенты не только лучше усваивают математическую терминологию (проговаривают каждый термин), что очень важно при обучении лиц с нарушением слуха, но и развивают логическое мышление.

В дальнейшем, в зависимости от подготовленности группы с этой же целью возможно использование анаграмм, что дает студентам возможность лучшего усвоения новой терминологии.

Анаграммой называется слово, в котором поменяны местами все или несколько букв, в сравнении с исходным словом. Решить анаграмму - означает определить исходное слово.

Приведем пример: Решить анаграммы и исключить лишнее слово

гукр; ностьжукро; арш; метиадр; рафес

Упражнение состоит из двух частей: 1) решить анаграммы (круг, окружность, шар, диаметр, сфера); 2) исключить лишнее слово. Здесь лишних слов нет, так как все присутствующие термины связаны с понятием «шар». Если же рассмотреть это упражнение с точки зрения планиметрии, то, естественно, будут лишние слова. Таким образом, можно рассмотреть различные варианты ответов. Вероятно и деление полученных слов на две группы: 1) шар, круг, диаметр; 2) сфера, окружность, диаметр, считая одну из этих групп лишней, и т. д. Также к заданию можно добавить еще один пункт: дать определение каждого понятия.

Таким образом, использование подобных логических тестов на занятиях является целесообразным, поскольку наряду с развитием логического мышления они также являются элементом словарной работы, способствующим закреплению новой терминологии. Подобные упражнения также с успехом используются при повторении, систематизации и обобщении знаний.

Также с целью активизации математической речи студентов с нарушением слуха считаем необходимым обязательное требование словесных пояснений по ходу решения различного рода задач. В некоторых случаях предлагается записать алгоритм решения той или иной задачи.

Развитию речи и закреплению новых терминов способствуют терминологические диктанты, которые также являются тренингом для восприятия устной речи собеседника. Полезны упражнения, содержащие теоретические вопросы. Ответы на теоретические вопросы не только активизируют мыслительную деятельность, но и способствуют развитию речи студентов с нарушением слуха.

Наряду с уже рассмотренными видами работ нами широко используются тесты на дополнение. В таких тестах вопросы имеют открытый характер, т.е. ответы к ним не приводятся. Существуют различные формы вопросов в таких тестах:

1. Впишите пропущенное слово (слова). В вопросе может быть пропущено одно или несколько слов.

Например: Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется ...

2. Закончите предложение. В данном случае количество слов не ограничивается. Этот тип вопросов сложнее предыдущих.

Например: Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то ...

Тесты на дополнение несут двойную нагрузку: используются для контроля знаний и являются элементом словарной работы, активизирующим письменную речь студентов с нарушением слуха. Такие тесты измеряют знания и умения на уровне воспроизведения, а не узнавания, они позволяют проверить у студентов умения анализа, синтеза, обобщения.

Учитывая особенности глухих и слабослышащих студентов, необходимо требовать от них как можно чаще проговаривать определение нового математического понятия. В процессе общения со студентами происходит исправление речевых ошибок.

Основным источником пополнения словаря студента является непосредственное общение студента и преподавателя. На занятиях математики используются и активизируются все формы речи: устная, письменная, дактильная, жестовая. При этом активно применяются жесты основных математических понятий. Жесты, обозначающие математические действия, жесты чисел, жесты слов, которые часто используются на лекциях по математике. Использование жестовой речи ускоряет процесс понимания пройденного материала. При выборе вида речи на лекциях по математике преподавателем учитываются речевые особенности группы и каждого студента. При работе преподавателя математики со студентами также необходима помощь сурдопереводчика (статья 79 ФЗ №273) [1]

К числу основных видов учебной деятельности на занятиях математики можно отнести выполнение упражнений различного рода. Эффективность их выполнения при обучении глухих и слабослышащих студентов во многом зависит от того, насколько тесно и органично они связаны с наглядными представлениями.

Упражнениям аналитического характера, как правило, отводится большая часть учебного времени, а решению графических задач уделяется недостаточное внимание. Вместе с тем существенным фактором повышения эффективности упражнений обоих типов является опора на имеющиеся у студентов наглядные представления.

2.3. Организация обучения математике студентов СПО с нарушением слуха

Обучение математике студентов СПО с нарушением слуха проводилась на базе I - II курсов техникума. В ходе обучения определялась эффективность применения разработанных математических задач, которые способствуют повышению уровня математической подготовки студентов с нарушением слуха.

В ходе обучения, на начальном этапе, выявлялся уровень математических знаний студентов, поступивших в Сыктывкарский политехнический техникум, и на этой основе определялись темы, которые вызывают наибольшие затруднения у студентов. Это давало возможность определить направления корректировки программы по математике и определить тематику индивидуальных консультаций, направленных на восполнение пробелов у студентов с нарушением слуха по математике.

Для определения первоначального уровня знаний студентов, поступивших на I курс, проводилось входное тестирование. Задания были разработаны по основным разделам математики среднего звена общеобразовательной школы на основании следующих положений:

1) уровень сложности заданий должен соответствовать программе курса математики средней ступени общеобразовательной школы;

2) содержание заданий предполагает проверку следующих умений:

выполнять арифметические действия, действия со степенями;

решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения и неравенства;

применять свойства корней квадратного уравнения к решению задач;

находить область определения функции;

строить графики функций по формуле, с помощью элементарных преобразований, использовать свойства функций;

решать геометрические задачи;

решать текстовые задачи на составление уравнений.

Для оценки разработанного теста была избрана балльная система. Задания теста имеют открытый характер, т.е. ответы к ним не приводятся. Каждое верно выполненное задание оценивалось в три балла; в два балла оценивалось задание, выполненное с недочетами, и в один балл, если верно выбран только метод решения. Суммарная оценка теста составляла тридцать баллов. В нем принимало участие 12 человек. Примеры тестов приведены в Приложение №1.

На основании анализа работ студентов нами были выделены основные темы, которые вызвали наибольшие затруднения:

№	Темы школьного курса, в которых были допущены ошибки	Процент учащихся, допустивших ошибки
1.	Метод интервалов	89
2.	Решение дробно рациональных неравенств	85
3.	Построение графиков функций с помощью элементарных преобразований	79
4.	Изменение знака неравенства при умножении на отрицательное число	87
5.	Действия со степенями, корнями	80

6.	Перевод обыкновенной дроби в десятичную и наоборот	78
7.	Деление обыкновенных дробей	74
8.	Формулы сокращенного умножения	73
9.	Свойства геометрических фигур	72
10.	Решение систем неравенств	67
11.	Сложение, умножение обыкновенных дробей	60
12.	Составление уравнения при решении текстовой задачи	52
13.	Порядок действий	35
14.	Свойства функций (возрастание, убывание)	34
15.	Сложение и умножение целых чисел (с разными знаками)	30
16.	Область определения дробно-рациональной функции	26
17.	Решение квадратных уравнений	14

Следует отметить, что при выполнении теста 57% студентов, с нарушением слуха, не правильно поняли условие задания, а 17%, от общего числа тестируемых студентов, допустили ошибки в вычислениях, 42% не смогли решить задания, включающие несколько шагов.

Анализ допущенных при тестировании ошибок привел к следующим выводам:

1) невыполнение заданий, требующих перевода информации на математический язык и обратно, с одного математического языка на другой, может быть связано с недостаточным развитием словесно-логического (языкового) мышления;

2) задания, выполнение которых опирается на образное мышление, редко вызывали затруднения;

3) те задания, в которых необходимо использовать логическое мышление, вызвали наибольшее затруднение;

4) в заданиях, для решения которых требуется выполнение только определенного алгоритма, допущено меньшее количество ошибок, исключение составляют те алгоритмы, которым учащиеся не были обучены, в частности:

- наибольшие затруднения вызвали решение дробно-рациональных неравенств и, в частности, применение метода интервалов; затруднения в решении дробно-рациональных неравенств, на наш взгляд, объясняются непониманием теорем о равносильных неравенствах, что приводит к отбрасыванию знаменателя; формальное применение метода интервалов приводит к ошибкам при решении неравенств, систем неравенств;

- при решении задач на построение графиков функций большая часть студентов выполняет построение графиков функций без использования элементарных преобразований, т.е. «по точкам» (это можно объяснить тем, что не сформированы навыки построения графиков функций на основе анализа формулы и выделения элементарных преобразований);

- достаточно большой процент студентов испытывает затруднения в вычислениях с использованием действительных чисел.

Данные выводы легли в основу организации обучения по математике студентов с нарушением слуха. В этот период студентам читались лекции, проводились практические занятия. На практических занятиях рассматривались теоретические вопросы по изучаемой теме, проводился письменный, устный опрос по теории. Несмотря на организованный таким образом учебный процесс, выяснилось, что большинство студентов

- не могут в полной мере осваивать предлагаемый программный материал, так как имеют недостаточный уровень знаний, усвоенных за курс неполной средней школы;

- испытывают затруднения в переводе с естественного на символический математический язык и наоборот;

- не владеют навыками работы с математической литературой, в том числе с конспектами лекций;

- испытывают трудности в овладении математической речью;

-не умеют самостоятельно делать выводы о методах решения задач на основе теоретических положений.

Таким образом, можно отметить тот факт, что для повышения общего уровня математической подготовки студентов с нарушением слуха необходимо:

1) определить методы, формы, средства обучения, которые на основе индивидуализированного подхода позволят обеспечить:

а) достаточный уровень наглядности (привлечение информационных технологий);

б) развитие математической речи и логического мышления;

2) выделить дополнительные часы на темы, вызвавшие наибольшие затруднения студентов на входном тестировании; с этой целью:

- организовать дополнительные занятия, как необходимое условие повышения уровня основных элементарных знаний по математике студентов с учетом результатов входного тестирования;

- в программу занятий включить основные темы, вызвавшие затруднения на входном тестировании;

3) для обеспечения достаточного уровня наглядности, активизации познавательной деятельности и оперативного получения информации об уровне усвоения знаний разработать и внедрить в учебный процесс систему компьютерных презентаций по основным темам программы математики;

4) для осуществления связи теории с практикой включать наряду с практическими заданиями также и теоретические вопросы, которые позволят формировать ориентировочную основу выполнения действий, а также способствовать формированию математической речи.

5) разработка и внедрение в учебный процесс пособий, методических разработок для внеаудиторных самостоятельных работ.

Возможно применение на занятиях математики специальных методических приемов для повышения познавательной активности студентов в ходе занятия:

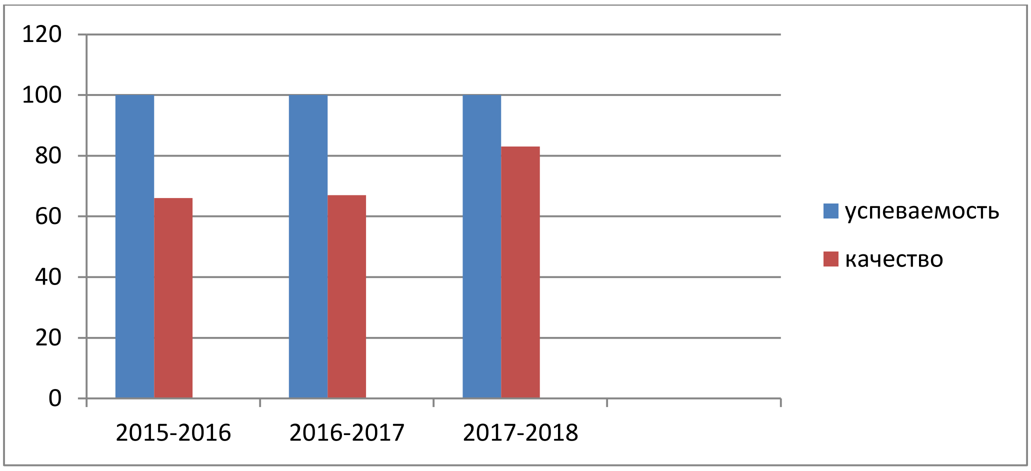
- рациональное применение различных средств коммуникации для студентов с нарушениями слуха (сурдоперевод, письменная форма речи и пр.);
- постановка риторических или требующих реального ответа вопросов, включение элементов беседы;
- предложение сформулировать те или иные положения или определить понятие;
- использование опорных конспектов, средств наглядности и раздаточного материала [Приложение №2]
- «обратная связь», которая выступает средством получения информации о ходе усвоения материала и активности студентов.

Таким образом, построение процесса обучения математике студентов с нарушением слуха на основе широкого применения средств наглядности, развития математической речи, активизации учебной деятельности посредством корректирования начального уровня знаний каждого студента, осуществления своевременного контроля, систематической индивидуальной работы по выявлению и устранению пробелов в знаниях студентов позволяет устранить некоторые проблемы, возникающие у данной категории студентов при обучении математике, и позволило повысить уровень их математической подготовки.

Освоение образовательной программы по дисциплине «Математика» сопровождается промежуточной аттестацией студентов, проводимой в форме экзамена. Одной из задач промежуточной аттестации является мониторинг качества знаний по дисциплине. Промежуточная аттестация является обязательной. Она проводится в установленные учебным планом сроки по окончанию освоения программы учебной дисциплины.

Итоги промежуточной аттестации за три учебных года представлены в диаграмме.

Диаграмма успеваемости студентов с нарушением слуха по математике



Из диаграммы видно, что качество знаний обучающихся по учебной дисциплине «Математика» является стабильно высоким и составляет в среднем от 63 до 82% за учебный год по группам, где обучаются студенты с нарушением слуха. Общая успеваемость студентов с нарушением слуха в составляет 100% и является стабильно высокой. Качество знаний за полный курс обучения составило 66,5%. Таким образом, можно судить о позитивной динамике результатов освоения обучающимися программы учебной дисциплине «Математика». Устойчивый рост качества знаний студентов с нарушением слуха, на наш взгляд, обеспечивается применением соответствующей методики, на основе учёта индивидуальных способностей каждого студента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведённого исследования можно сделать следующие выводы:

1. Анализ информационных источников по проблеме организации обучения студентов с нарушением слуха показал, что к особенностям обучения математике следует отнести:

- необходимость построения учебного процесса через формирование индивидуальной образовательной траектории студента;

- содержание обучения должно включать дидактические материалы, учитывающие уровень подготовки каждого студента, и быть направлены на развитие активной математической речи и математического мышления студентов;

- формы организация учебной деятельности студентов с нарушением слуха на занятиях по математики должна строиться на основе сочетания индивидуальных и групповых форм, что способствует развитию коммуникативных компетенций обучающихся;

- методы и методические приемы работы преподавателя математики, при работе на разных этапах урока, должны учитывать упорядоченное сочетание средств наглядности на основе информационных технологий и различных форм речи (устной, письменной, жестовой);

- формирование навыков учебной деятельности студентов должно учитывать индивидуализированный подход и строиться на основе применения разноуровневых математических задач.

2. Разработана система занятий, направленная на обучение математике студентов с нарушением слуха и предложено учебно-методическое сопровождение процесса обучения данной категории обучающихся.

3. Применение системы методических приемов и педагогических технологий показал, что имеет место позитивная динамика результатов освоения студентами, с нарушением слуха, программы учебной дисциплине

«Математика», о чём свидетельствует представленная в тексте работы диаграмма успеваемости студентов с нарушением слуха по математике.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» Ст. 2, п.16,27,28; Ст.79.
2. Приказ Минобразования и науки РФ от 19.12.2014 N 1598 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья»
3. Приказ Минобразования и науки РФ от 17.05.2012 г. N 413"Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»
4. Методические рекомендации по разработке и реализации адаптированных образовательных программ среднего профессионального образования (письмо Минобрнауки России от 22.04.2015 № 06-443)
5. Приказ Минобразования и науки РФ от 19.12.2014 N 1598 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования обучающихся с ограниченными возможностями здоровья» Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 10.07.2015 г. № 26 «Об утверждении СанПин» 2.4.2.3286-15
6. Акири И.К. Логические тесты на уроках математики [Текст] / И.К. Акири //Математика в школе. - 1994. - № 6. - С. 27 - 32.
7. Бекмуратов Н.Ш. Пути повышения умственной работоспособности глухих учащихся [Текст] / Н.Ш. Бекмуратов // Дефектология. - 1991. - №5. — С. 51 —56.
8. Белявский Б.В. Современные формы и методы профессионального образования инвалидов [Текст] / Б.В. Белявский // Профессиональное образование лиц с ограниченными возможностями здоровья. Проблемы и перспективы. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. - С.6 — 16.

9. Борисова Н.В. Образовательные технологии как объект педагогического выбора: учеб. пособие [Текст] / Н.В. Борисова - М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2000.

10. Боскис Р.М. Глухие и слабослышащие дети [Текст] / Р.М. Боскис - М., 2004. -303 с.

11. Витухина И. А. Реализация принципа наглядности при изучении математики в школе для глухих детей [Текст] / И.А. Витухина // Дефектология, 1988. - №1.- С.51- 56.

12. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся [Текст] / Под ред. И.С. Якиманской — М.: Педагогика, 1989. – 223 с.

13. Выготский Л.С. Психология развития человека [Текст] / Л.С. Выготский — М.: Эксмо; Смысл, 2004. - 1136 с.

14. Выготский Л.С. Мышление и речь [Текст] / Л.С. Выготский - М., 2001.

15. Гозова А.П. К проблеме развития системы обучения взрослых глухих [Текст] /АЛ. Гозова//Дефектология.- 1991.- №4.- С.53 - 57.

16. Гозова А.П. Особенности решения логических задач глухими учащимися. [Текст] / А.П. Гозова, Т.К. Стуре // Дефектология. - 1981. - №3. - С. 36 - 38.

17. Губанова Н.П. Развитие логического мышления у старшеклассников как необходимое условие дальнейшего профессионального развития слабослышащих детей [Текст] / Н.П. Губанова //Профессиональное образование лиц с ограниченными возможностями здоровья. Проблемы и перспективы. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. - С. 143 - 148.

18. Жеребятьева, Е.А. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий обучения математике глухих детей: автореферат дис. канд. пед. наук: 13.00.02. [Текст] / Жеребятьева Екатерина Александровна - М., 2003. — 22 с.

19. И.В. Королева «В моем классе учится ребенок с кохлеарным имплантом» СПб КАРО 2014г.

20. Лотова И.П. Профессиональное образование студентов с недостатками слухового развития. //Медико-социальная экспертиза и реабилитация. 2016; 19(3). [Электронный ресурс], URL: https://cyberleninka.ru/article/v/professionalnoe-obrazovanie-studentov-s-nedostatkami-sluhovogo-razvitiya. (Дата обращения 20.03.19)

21. Михаленкова И.А. Формирование основных математических знаний в начальных классах школы для глухих детей: Учеб. пособие [Текст] / И.А. Михаленкова - Л.: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1989. - 72 с.

22. Мотылева Л.С. Индивидуальный подход в обучении глухих учащихся решению арифметических задач [Текст] / Л.С. Мотылева // Обучение глухих и слабослышащих по новым программам: Сбор. науч. тр.- Л., 1976. - С.84 - 89.

23. Особенности усвоения знаний глухими учащимися вечерних школ: Учеб - метод. пособие [Текст] / Под ред. А.П. Гозовой - Л., 1980. — 70 с.

24. Профессиональное образование лиц с ограниченными возможностями здоровья. Проблемы и перспективы. [Текст] - Новосибирск: Изд-во НГТУ,2003.-246 с.

25. Развитие логического мышления и особенности усвоения основ наук слабослышащими школьниками [Текст] / Под ред. И.М. Гилевич, К.Г. Коровина // Науч.-исслед. ин-т дефектологии АПН СССР. — М.: Педагогика, 1986.-160 с.

26. Развитие способностей у глухих детей в процессе обучения [Текст] / НИИ дефектологии АПН СССР; Т.В. Розанова и др.; Под ред. Т.В. Розановой - М.: Педагогика, 1991. - 174 с.

27. Розанова Т.В. Психология решения задач глухими школьниками [Текст] / Т.В. Розанова-М., 1966. - 94 с.

28. Саранцев Г. И. Методология методики обучения математике [Текст] / Г.И. Саранцев. — Саранск, 2001. - 141 с.

29. Стуре Т.К. Роль слова, наглядности и практического действия в техническом мышлении глухих [Текст] / Т.К. Стуре // Дефектология. — 1993. — №6.- С.51- 56.

30. Сухова В.Б. Обучение математике в подготовительном классе школ для глухих и слабослышащих детей: Учебное пособие для пед. вузов [Текст] / В.Б. Сухова. - М.: Издательский центр «Академия», 2002. - 192 с.

31. Сухова В.Б. Обучение математике в V - VIII классах школ для глухих и слабослышащих детей: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. Заведений [Текст] /В.Б. Сухова. -М.: Издательский центр «Академия», 2002.-208 с.

32. Шиф Ж.И. Усвоение языка и развитие мышления у глухих детей [Текст] / Ж.И. Шиф. - М.: Просвещение, 1968. - 318 с.

33. Якиманская И.С. Требования к учебным программам, ориентированным на личное развитие школьников [Текст] / И.С. Якиманская // Вопр. психологии. — М. - 1994. - № 2. - С. 64 - 68

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Входная диагностическая работа по математике

Вариант 1

I *уровень.*

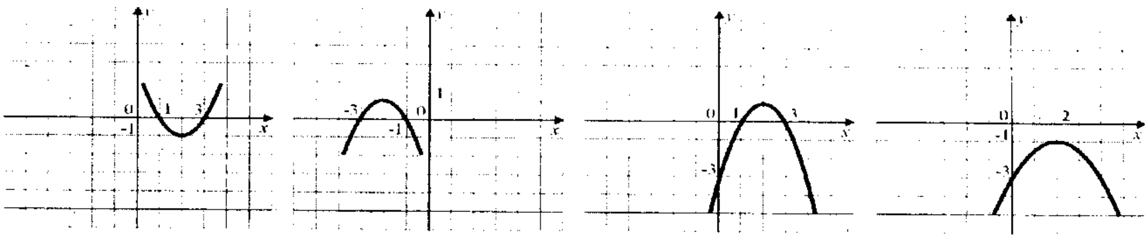
1. Решите неравенство $\frac{x+3}{5-2x}<0$.

2. Найдите значение выражения $\frac{36}{(2\sqrt{6})^2}$.

3. Упростите выражение $\frac{7x^2}{3-x}\cdot\frac{x^2-9}{14x^3}$.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases}3x-5y=16\\2x+y=2.\end{cases}$

5. Укажите график функции $y=-x^2+4x-3$.



А Б В Г

6. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 2:3. Ответ дайте в градусах.

7. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а острый угол, прилежащий к нему, равен 30°. Найдите площадь треугольника.

8. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 20% годовых. Вкладчик положил на счет 800 р. Сколько рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

9. На экзамене 30 билетов, Ваня не выучил 14. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

II *уровень*

1. Решите задачу:

Расстояние между двумя пристанями по реке 12 км. За 7 ч лодка проплыла от одной пристани до другой и вернулась обратно. Известно, что собственная скорость лодки 5 км/ч. Найдите скорость течения реки.

2. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а один из углов — $60°$. Найдите площадь параллелограмма.

3. Докажите, что $3-2\sqrt{2}=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$.

III ***уровень***

1. Найдите область определения функции $\dfrac{\sqrt{3x^2-4x-15}}{7-2x}$.

2. Постройте график функции: y = $|x^2 - 6|x| + 5|$

Вариант 2

I ***уровень.***

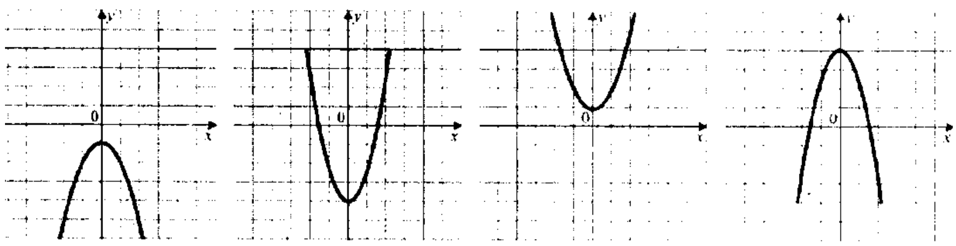
1. Решите неравенство $\dfrac{x-4}{3+6x}<0$.

2. Найти значение выражения: $\dfrac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{20}}$

3. Упростите выражение $\dfrac{10x^3}{x-4}\cdot\dfrac{16-x^2}{5x^2}$.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases}2x+5y=-7\\3x-y=15.\end{cases}$

5. Укажите график функции $y=ax^2+bx+c$, у которого $a<0$, $c>0$.



А. Б. В. Г.

6. Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

7. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40°. Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

8. Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 680 р. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

9. У дедушки 30 чашек: 14 с красными звездами, остальные с золотыми. Дедушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с золотыми звездами.

II ***уровень***

1. Решите задачу:

Катер прошел по течению реки за 4 ч такое же расстояние, какое он проходит за 7 ч против течения. Собственная скорость катера 30 км/ч. Определите скорость течения реки.

2. Сторона равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь.

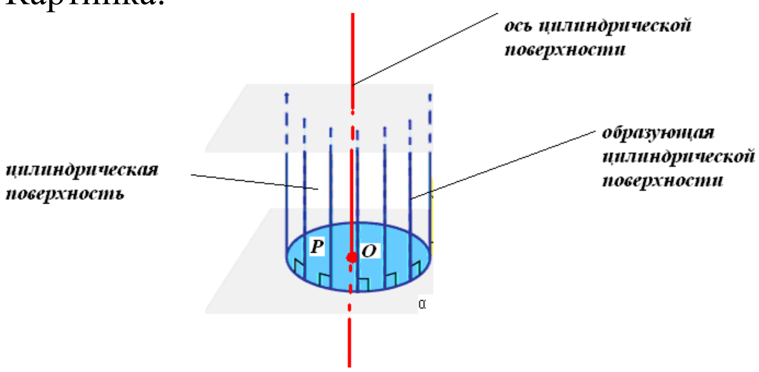
3. Докажите, что $2\sqrt{3}-3=\sqrt{21-12\sqrt{3}}$.

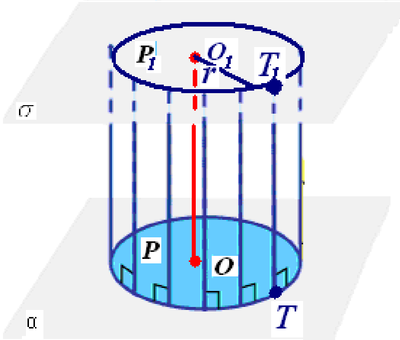
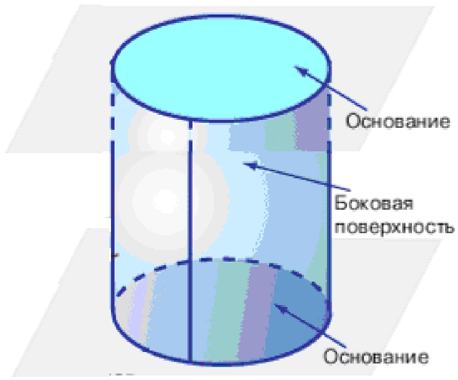
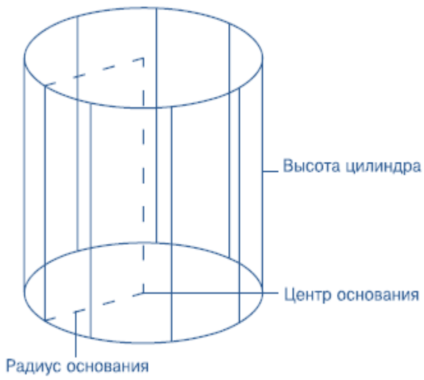
III ***уровень***

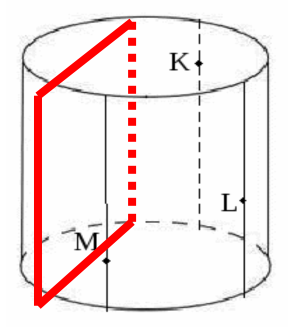
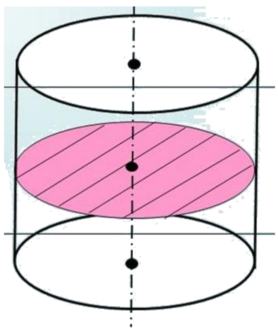
1. Найдите область определения функции $\frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{2x+5}$.
2. Постройте график функции: y = $|-x^2-2|x|+3|$

Приложение 2. Опорные конспекты по геометрии

Понятие цилиндра

Введем понятие цилиндра – геометрического тела. Ну конечно, все вы видели много предметов в быту, похожих на данное тело.	 Ваза  Люстра	 Свеча  Игрушка
Рассмотрим окружность P с центром O и радиусом r в плоскости α .Через каждую точку окружности проведем прямые, перпендикулярные к плоскости α. Они параллельны друг другу. Все прямые образуют поверхность, которая называется цилиндрической. Каждая из этих прямых называется образующей цилиндрическую поверхность, а прямая, проходящая через центр окружности, – осью цилиндрической поверхности.	Картинка: 	
Далее проведем плоскость сигма, параллельную плоскости альфа, таким образом, что они отделят отрезки образующих, которые равны и параллельны между собой. В плоскости сигма получим окружность P_1 . Ось цилиндрической поверхности пройдет через центр O_1 окружности P_1, радиус окружностей будет	Текст: Тело ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами, называется цилиндром. Картинка:	

равный *r*. Таким образом, мы получили цилиндр. Цилиндром называется тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами, лежащими в параллельных плоскостях. Ось OO_1 – называют осью цилиндра, отрезок образующей цилиндрической поверхности TT_1– образующая цилиндра.	 Текст: $\alpha \parallel \sigma$ OO_1–ось цилиндра TT_1– образующая цилиндра r– радиус цилиндра
Цилиндрическая поверхность, т.е. поверхность, составленная из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра, а круги – основаниями цилиндра.	Картинка: 
Длина образующей называется высотой цилиндра, а радиус основания — радиусом цилиндра.	Картинка:  Текст: **радиус основания - радиусом цилиндра** **длина образующей – высотой цилиндра**
Цилиндр может быть получен вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. На рисунке изображен цилиндр, полученный вращением прямоугольника вокруг стороны OO_1.	Картинка:

	 Показать вращение прямоугольника
Рассмотрим сечение цилиндра. 1) Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого – образующие, а две другие – диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется осевым. 2) Если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра, то сечение является кругом.	Картинка:  Текст: **Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник**. Картинка:  Текст: Если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра, то сечение – круг Картинка: Текст: Если секущая плоскость под углом с оси, то сечение – эллипс.
Задача	Текст:

<table>
<tr>
<td>
Докажите, что осевое сечение цилиндра является прямоугольником, две противоположные стороны которого – образующие, а две другие – диаметры оснований цилиндра. Найти диагональ осевого сечения, если радиус цилиндра равен 1,5 м, а высота равна 4 м.

Решение

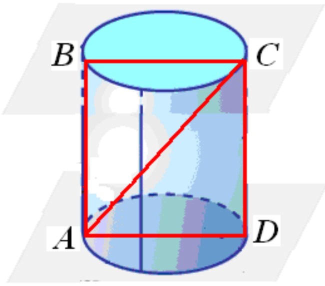
1) так как AB и CD – образующие то они равны и параллельны, и по определению образующих цилиндра AB и CD перпендикулярны основанию.

AD и BC равны как диаметры оснований,

следовательно, четырехугольник ABCD по признаку параллелограмма и определению является прямоугольником.

2) Диагональ AC делит прямоугольник на два равных прямоугольных треугольника, тогда,

из прямоугольного треугольника ABC находим AC: по теореме Пифагора AC равна корню квадратному из суммы квадратов сторон AB и AC, где AB равна высоте цилиндра, а BC диаметру основания то есть двум радиусам.

Получаем AC равно 5 м.
</td>
<td>
Дано: цилиндр, ABCD –осевое сечение
цилиндра, AB иCD – образующие, BC
и AD– диаметры,
r=1,5м, h=4м.
1) Доказать, что ABCD– прямоугольник.
2) Найти: AC.
Картинка:


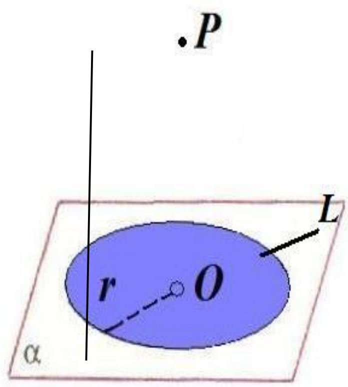
Текст:
Решение:
1) AB=CD, AB||CD (образующие) AB $\perp$ AD, CD $\perp$ AD (образующая и диагональ основания),
AD=BC (диаметры)
$\Rightarrow$ ABCD– прямоугольник

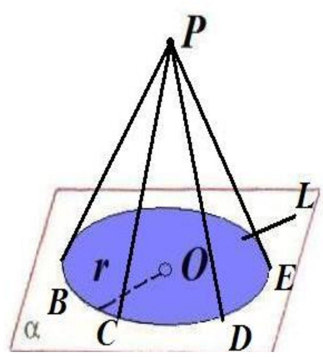
2) ΔABC –прямоугольный, AC–диагональ прямоугольника (гипотенуза),
BC= d =2r=3м.
AB=h=4м
AC=$\sqrt{A\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$ =5 м

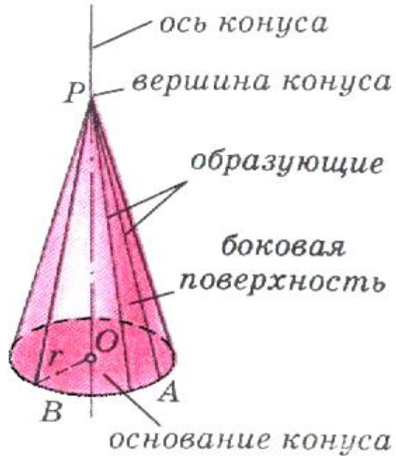
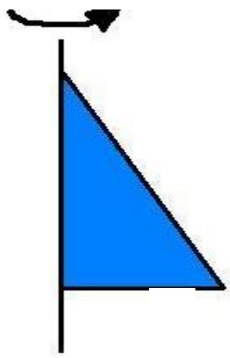
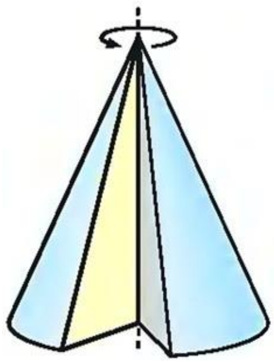
Ответ: AC=5м.
</td>
</tr>
</table>

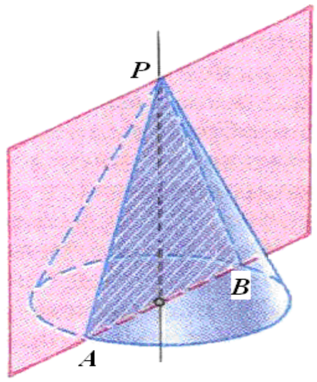
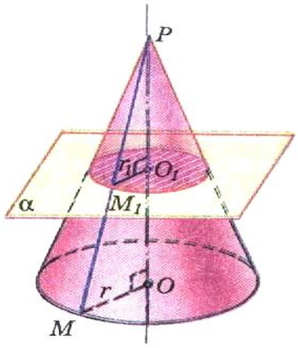
Понятие конуса

<table>
<tr>
<td>Сегодня мы рассмотрим пространственную геометрическую фигуру — «круглое» геометрическое тело — конус.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Давайте вспомним, какие предметы, окружающие нас, имеют форму конуса.</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>Теперь рассмотрим, как строится конус. Сначала изображаем в плоскости α окружность L с центром O и прямую OP, перпендикулярную к этой окружности.
Каждую точку окружности соединим прямыми с точкой P. Поверхность, образованная этими прямыми, называется конической поверхностью, а сами прямые – образующими конической поверхности.
Точка P называется вершиной, а прямая OP – осью конической поверхности.</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей L, называется конусом. Коническая поверхность называется боковой поверхностью конуса, а круг – основанием конуса. Прямая OP, проходящая через центр основания и вершину, называется осью конуса. Ось конуса перпендикулярна плоскости основания. Отрезок OP называется высотой конуса. Точка P называется вершиной конуса, а образующие конической поверхности – образующими конуса. Следует запомнить, что все образующие конуса равны друг другу.	 P – вершина конуса OP– ось конуса, OP $\perp$ основанию $\Rightarrow$ OP–высота конуса OB=r –радиус основания конуса, PA, PB– образующие конуса (PA=PB)
Ещё один способ построения конуса – вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов. На рисунке изображен конус, полученный вращением прямоугольного треугольника MOP вокруг катета MO. При этом боковая поверхность конуса образуется вращением гипотенузы MP, а основание — вращением катета PO.	 

Рассмотрим сечение конуса различными плоскостями. 1.Секущая плоскость проходит через ось конуса. В этом случае сечение представляет собой равнобедренный треугольник, основание которого — диаметр основания конуса, а боковые стороны — образующие конуса. Это сечение называется осевым.	 ABP– Осевое сечение конуса, ΔABP –равнобедренный AB=2r FH–образующая конуса
2.Секущая плоскость перпендикулярна оси *OP* конуса. В этом случае сечение конуса представляет собой круг с центром *O,* расположенным на оси конуса. Радиус r_1 этого круга равен $\frac{PO_1}{PO}r$, где r - радиус основания конуса, что легко усмотреть из подобия прямоугольных треугольников POM и PO_1M_1. Докажем, что треугольники подобны. У прямоугольного треугольника один угол прямой. Для подобия двух прямоугольных треугольников достаточно, чтобы у них было по равному острому углу. Треугольники POM и PO_1M_1. подобны, так как имеют общий острый угол P, следовательно, сходственные стороны пропорциональны.	 $\alpha \perp$ OP В сечении круг: r_1– радиус сечения $r_1=\frac{PO_1}{PO}r$ r– радиус основания конуса Δ □ ΔPOM⊔ ΔPO_1M_1.:тре-ки прямоугольные, ∠P–общий, ⇒ $\frac{r_1}{r}=\frac{PO_1}{PO} \Rightarrow r_1=\frac{PO_1}{PO}r$ ▲

Задача

Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

Построим чертеж и запишем, что дано и что найти по условию задачи.

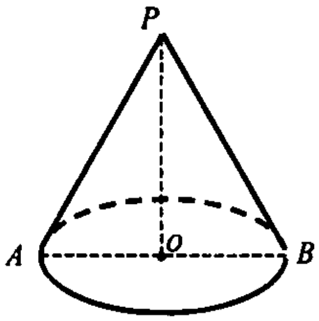
Решение:

Рассмотрим треугольник OPB, он прямоугольный, так как PO перпендикулярно AB и, по определению конуса, — его высота, значит угол POB=90^0.

Из треугольника OPB по теореме Пифагора найдем PB — гипотенузу треугольника и образующую конуса.

PB=$\sqrt{PO^2 + AO^2}$

PB= $\sqrt{225+64}$=$\sqrt{289}$ =17см.



Дано: конус, *OP* = 15 см, *OB* = r = 8 см

Найти: *PB*.

Решение

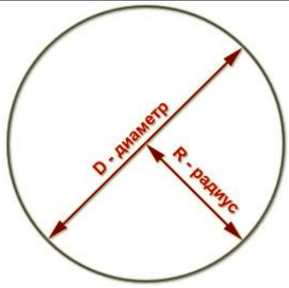
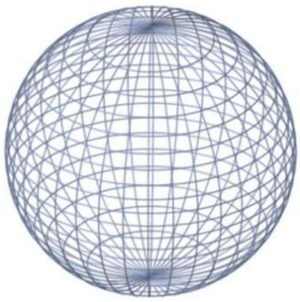
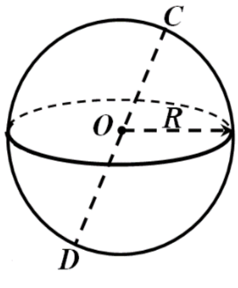
ΔOPB- прямоугольный, так как PO⊥AB (высота конуса), значит ∠ POB=90^0.

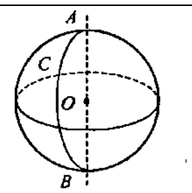
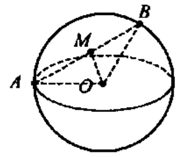
Из ΔOPB найдем PB- образующая конуса- по теореме Пифагора

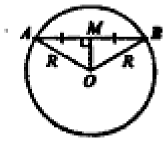
PB=$\sqrt{PO^2 + AO^2}$

PB= $\sqrt{225+64}$=$\sqrt{289}$ =17

Сфера и шар

В курсе планиметрии вы познакомились с понятием окружности и круга. Вспомним, что окружность — это множество точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки (центр окружности). Кругом называется часть плоскости, ограниченная окружностью.	 Окружность- множество точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.. Круг-часть плоскости внутри окружности.
Аналогично понятию окружности на плоскости вводится понятие сферы в пространстве. Поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на заданном расстоянии от данной точки, называется сферой.	 Сфера- поверхность, состоящая из всех точек пространства , расположенных на заданном расстоянии от данной точки
Данная точка — центр сферы (на рисунке точка O). Данное расстояние — радиус сферы (на рисунке — отрезок OC). Радиусом сферы также называют отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой сферы. Диаметром сферы называют отрезок, проходящий через центр и любые две точки сферы (на рисунке — отрезок DC). Аналогично диаметру окружности, диаметр сферы равен двум радиусам.	 O- центр сферы. OC- радиус сферы R. DC-диаметр сферы D. D=2R

Шаром называется тело, ограниченное сферой. Существует и другое определение шара — шаром радиуса R с центром в точке O называется тело, которое содержит все точки пространства, расположенные от точки O на расстоянии, не превышающем R (включая O), и не содержит других точек. Очевидно, что центр, радиус, диаметр сферы являются центром, радиусом, диаметром шара.	 Шар -тело, ограниченное сферой. Или: Шар радиуса R с центром в точке O - тело, содержащее все точки пространства, расположенные от точки O на расстоянии, не превышающем R (включая O), и не содержит других точек. Центр, радиус, диаметр сферы -центр, радиус, диаметр шара.
Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра, а шар — вращением полукруга вокруг его диаметра.	 Сфера получена вращением полуокружности ACB вокруг её диаметра AB.
Разберём несколько задач, применяя полученные знания. Задача 1. Точки A и B лежат на сфере с центром O, O не лежит на отрезке AB. Доказать, что если M — середина отрезка AB, то OM⊥AB. Доказательство: 1.AO=OB как радиусы, AM=MB — по условию, тогда треугольник AOB – равнобедренный. 2.Отрезок OM — медиана треугольника AOB. В равнобедренном треугольнике медиана, проведённая к	 <u>Дано:</u> A и B$\in$ сфере, O$\notin$AB, AM=MB <u>Доказать:</u> OM⊥AB <u>Доказательство:</u> 1. AO=OB= R AM=MB (по условию)$\Rightarrow$ Δ AOB-равнобедренный. 2.OM-медиана ΔAOB$\Rightarrow$ OM-высота$\Rightarrow$ OM⊥AB Ч.т.д.

основанию, является высотой, поэтому OM⊥AB. Таким образом, мы доказали, что если M — середина отрезка AB, то OM⊥AB. Что и требовалось доказать.	
Задача 2. Точки A и B лежат на сфере радиусом R. Найти расстояние от центра сферы до прямой AB, если AB=m. Решение: 1.Дополнительное построение: проведём плоскость через точки A, B и O (центр сферы). В сечении получим окружность радиуса r. 2.Треугольник AOB — равнобедренный, так как AO и OB — радиусы. Дополнительное построение: проведём высоту OM, которая является и медианой. OM — искомое расстояние от центра сферы до прямой AB. Найдём его. 3.Поскольку AB=m, OM — медиана, то MA=MB=$\frac{m}{2}$ 4. Найдём OM из прямоугольного треугольника AOM по теореме Пифагора:	 <u>Дано:</u> A и B ∈сфере, R-радиус, AB=m <u>Найти:</u> расстояние от центра сферы до прямой AB. <u>Решение:</u> 1.Д.п. проведём плоскость ABO Сечение- окружность радиуса r. 2.Δ AOB-равнобедренный (AO = OB-радиусы). Д.п. OM-высота, медиана. OM-расстояние от точки O до прямой AB. 3. AB=m, OM-медиана$\Rightarrow$ MA=MB=$\frac{m}{2}$ 4.ΔAOM-прямоугольный. По теореме Пифагора: OM=$\sqrt{\hat{I}\grave{A}^2-\grave{A}\grave{I}^{\ 2}}=\sqrt{R^2-\left(\frac{m}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{4R^2-m^2}{4}}$ <u>Ответ:</u> OM=$\sqrt{\frac{4R^2-m^2}{4}}$

OM=$\sqrt{\hat{I}\,\grave{A}^2-\grave{A}\grave{I}^{\;2}}=\sqrt{R^2-\left(\frac{m}{2}\right)^2}=$ $\sqrt{\frac{4R^2-m^2}{4}}$ Итак, расстояние от центра сферы до прямой АВ равно $\sqrt{\frac{4R^2-m^2}{4}}$	

Метод координат в пространстве. Прямоугольная система координат

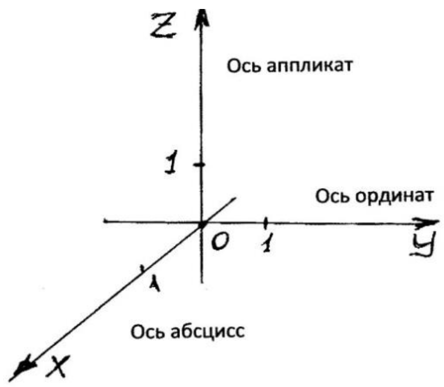
<table>
<tr>
<td>
Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из которых выбрано направление и единичный отрезок, то говорят, что задана прямоугольная система координат в пространстве.

Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат и обозначаются так: Ox, Oy, Oz, имеют свои названия: ось абсцисс, ось ординат и ось аппликат соответственно, а их общая точка – началом координат. Обычно она обозначается буквой O.
Вся система координат обозначается Oxyz.

Если через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox провести плоскости, то такие плоскости будут называться координатными плоскостями и обозначаться: Oxy, Oyz, Ozx соответственно.

Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется положительной полуосью, а другой луч — отрицательной полуосью.

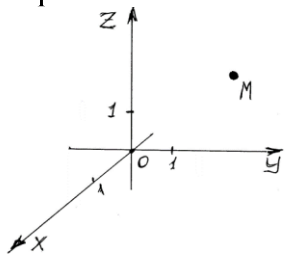
В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее координатами. Они определяются аналогично координатам точек на плоскости.

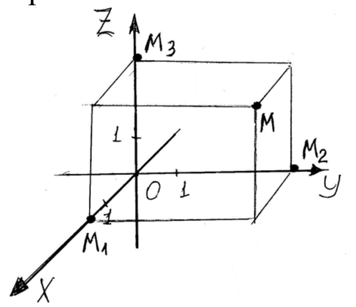
Посмотрим, как это делается.
Проведем через точку M три плоскости, перпендикулярные осям координат, и обозначим через M_1, M_2 и M_3 точки пересечения этих плоскостей
</td>
<td>
Картинка


Текст
Прямые с выбранными на них направлениями, называются осями координат и обозначаются так: Ox, Oy, Oz, имеют свои названия: ось абсцисс, ось ординат и ось аппликат соответственно, а их общая точка – началом координат. Обычно она обозначается буквой O.
Вся система координат обозначается Oxyz.

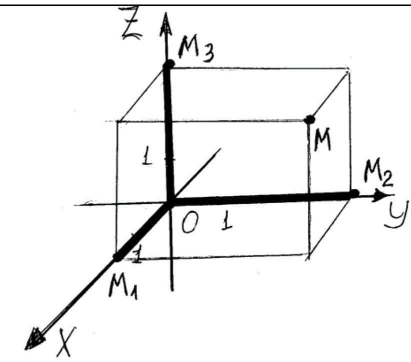
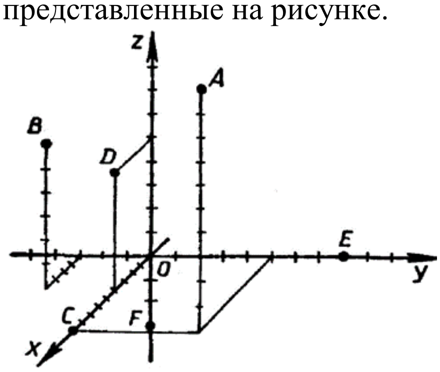
Ox – абсцисса
Oy – ордината
Oz - аппликата

Плоскость Oxy; плоскость Oyz; плоскость Ozx.

Картинка


Картинка


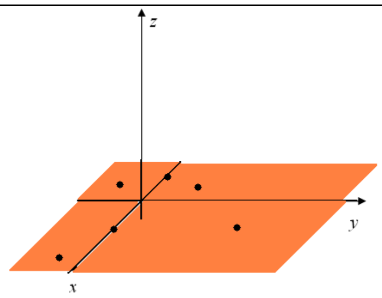
Картинка
</td>
</tr>
</table>

соответственно с осями абсцисс, ординат и аппликат. Первая координата точки M (она называется абсциссой и обозначается обычно буквой x) определяется так: x = OM_1, если M_1 - точка положительной полуоси; x= - OM_1, если M_1 - точка отрицательной полуоси; x =0, если M_1 совпадает с точкой O. Аналогично с помощью точки M_2 определяется вторая координата (ордината) y точки M, а с помощью точки M_3 — третья координата (аппликата) z точки M. Координаты точки M записываются в скобках после обозначения точки M (x; y; z). Запомните, что первой указывают абсциссу, второй – ординату, третьей — аппликату.	 Текст M(x;y;z)
Задача 1. Найдем координаты точек A, B, C, D, E, F, представленные на рисунке. Проведем через точку A три плоскости, перпендикулярные к осям координат, тогда точки пересечения этих плоскостей соответственно с осями абсцисс, ординат и аппликат будут координатами точки A. Точка A имеет координаты: абсцисса = 9, ордината = 5, аппликата = 10 и записывается это так: A (9; 5;10). Аналогично записываются координаты следующих точек: Точка B имеет координаты: абсцисса = 4, ордината = -3, аппликата = 6 Точка C имеет координаты: абсцисса = 9, ордината = 0, аппликата = 0 Точка имеет D координаты: абсцисса = 4, ордината = 0, аппликата = 5 Точка E имеет координаты: абсцисса = 0, ордината = 8, аппликата = 0 Точка F имеет координаты: абсцисса = 0, ордината = 0, аппликата = -3	Найдем координаты точек A, B, C, D, E, F, представленные на рисунке.  Дано:Oxyz, A, B, C, D E, F Найти: координаты точек Решение: A (9; 5;10), B (4; -3; 6), C (9; 0; 0), D (4; 0; 5), E (0; 8; 0), F (0; 0; -3)

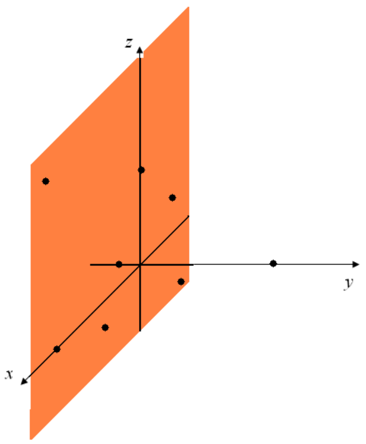
B (4; -3; 6),
C (9; 0; 0),
D (4; 0; 5),
E (0; 8; 0),
F (0; 0; -3).

Если точка M (x; y; z) лежит на координатной плоскости на оси координат, то некоторые ее координаты равны нулю.
Если M∈Oxy (точка M принадлежит плоскости Oxy), то аппликата точки M равна нулю: z=0.
Аналогично, если M∈Oxz (точка M принадлежит плоскости Oxz), то y = 0, а если M∈Oyz (точка M принадлежит плоскости Oyz), то x = 0.
Если M∈Ox (точка M лежит на оси абсцисс) ордината и аппликата точки M равны нулю: y=o и z=0. В нашем примере это точка C.
Если M∈Oy (точка M лежит на оси ординат), то x=0 и z=0. В нашем примере это точка E.
Если M∈Oz (точка M лежит на оси аппликат), то x = 0 и y = 0. В нашем примере это точка F.
Если все три координаты точки M равны нулю, то это значит, что M=O (0; 0; 0) – начало координат.

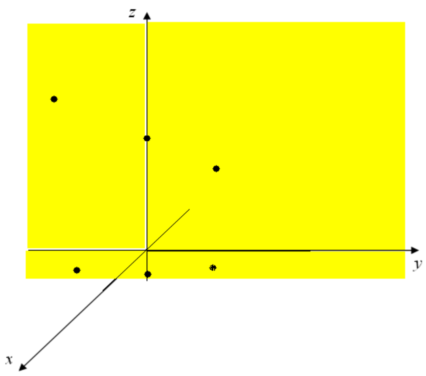
Задача 2
Даны координаты четырех вершин куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$: A(0; 0; 0); B(0; 0; 1); D(0;



Плоскость Oxy



Плоскость Oxz



Плоскость Oyz

Задача 2

Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$– куб;

A(0; 0; 0); B(0; 0; 1); D(0; 1; 0); A_1(1; 0; 0).

Найти: координаты точек

1; 0); $A_1(1; 0; 0)$. Найдите координаты остальных вершин куба.

Решение:
Так как фигура — куб, то все стороны равны единице, все грани являются квадратами.
Точка С принадлежит плоскости Оху, то есть ее координата z равна нулю, координата х равна стороне СД и равна АВ, значит равна единице, координата игрек равна стороне куба СВ, значит равна АД и равна единице.

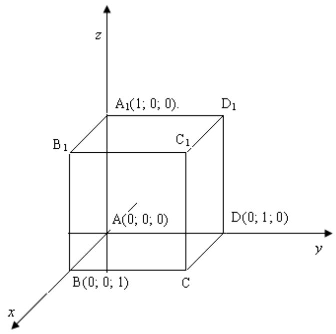
Аналогично, Точка B_1 принадлежи плоскости Oxz, то есть ее координата у равна нулю, координата х равна стороне координата х равна стороне A1B1 и равна АВ значит равна единице, координата зет равна стороне куба В В1значит равна АА1 и равна единице.

Точка $Д_1$ принадлежи плоскости Oyz, то есть ее координата х равна нулю, координата у равна стороне $A_1Д_1$ и равна АД, значит равна единице, координата зет равна стороне куба A_1B_1 , значит равна АВ и равна единице.

Точка C_1 не принадлежит никакой плоскости, то есть все координаты отличны от нуля, координата х равна стороне C_1D_1 и равна АВ, значит равна единице, координата игрек равна стороне куба B_1C_1 , значит равна АД и равна единице, и координата зет равна стороне CC_1 , то есть AA_1 и также равна единице.

Задача 3.
Найдите координаты проекций точки С ($-\sqrt{3}$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{5}-\sqrt{3}$) на координатные плоскости Оху, Oxz, Oyz и координатные оси Ох, Оу, Oz.

Решение:
1) опустим перпендикуляры на плоскость Оху — это CN, на плоскость Oxz – CL, и на плоскость Oyz прямая CR.



Решение:

$C \in Oxy \Rightarrow z=0$, x=CD=AB=1, y=CB=AD=1:

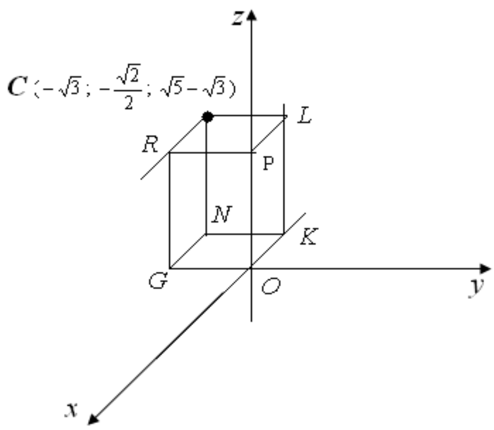
C(1; 1; 0)

$B_1 \in Oxz \Rightarrow y=0$, z $=B_1A1=AB=1$, $x=B_1B=AA_1=1$: B(1; 0; 1);

$D_1 \in Oyz \Rightarrow x=0$, $y=A_1D_1=AD=1$, $z=DD_1=AA_1=1$: $D_1(0; 1; 1)$;

C_1: $x=C_1D_1=AB=1$; $y=B_1C_1=AD=1$; $z=CC_1=AA_1=1$: $C_1(1; 1; 1)$;

Дано: C($-\sqrt{3}$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{5}-\sqrt{3}$)

Таким образом, проекция точки C на плоскость Oxy это точка N и она имеет координаты икс равный минус корень из трех, игрек равен минус корень из двух на два, зет равнен нулю. Проекция точки C на плоскость Oxz – это точка L и она имеет координаты икс равен минус корень из трех, игрек равен нулю, зет равен корень из пяти минус корень из трех. Проекция точки C на плоскость Oyz – это точка R и она имеет координаты икс равен нулю, игрек равен минус корень из двух на два, зет равен корень из пяти минус корень из трех. 2)Из точки N проводим перпендикуляры на ось Ox – прямая NK, а на Oy – прямая NG, и на ось Oz проводим перпендикуляр из точки R – это прямая RP. Проекция точки C на ось Ox – точка К имеет координаты икс равный минус корень из трех, а игрек и зет равны нулю. Проекция точки C на ось Oy – точка G имеет координаты икс и зет равны нулю, игрек равен минус корень из двух на два. Проекция точки C на ось Oz – точка P имеет координаты икс и игрек равны нулю, зет равный корень из пяти минус корень из трех.	Найти: координаты проекции точки на Oxy, Oxz, Oyz; Ox, Oy, Oz.  1) $N \in Oxy$, $N(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; 0)$ $L \in Oxz$, $L(-\sqrt{3}; 0; \sqrt{5}-\sqrt{3})$ $R \in Oyz$; $R(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{5}-\sqrt{3})$ 2) $K \in Ox$, $K(-\sqrt{3}; 0; 0)$ $G \in Oy$, $G(0; -\frac{\sqrt{2}}{2}; 0)$ $P \in Oz$, $P(0; 0; \sqrt{5}-\sqrt{3})$

Опорные конспекты по алгебре

Понятие логарифма

Решим графически уравнение $3^x = 8$ (три в степени икс равно восьми), для этого в одной системе координат построим два графика функции y=8 и y=3^x
Составим таблицу:

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

Чертеж показывает, что уравнение имеет один корень, но точного значения указать нельзя. В связи с этим в математике был введен новый символ log_a – логарифм по основанию a. Используя данный символ, можно записать корень уравнения x=$\log_3 8$ (икс равен логарифму восьми по основанию три).
Сейчас для любого уравнения вида $a^x = b$, где $a > 0$ и $b > 0$, $a \neq 1$, $x = \log_a b$ (а в степени икс равняется бэ, где а и бэ — положительные числа и а неравно единице, существует единственный корень — икс равен логарифм числа бэ по основанию а).
Дадим определение понятия логарифма: логарифмом положительного числа **b** (бэ) по положительному и отличному от единицы основанию **a** называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b (бэ).
Например: $\log_3 27 = 3$, так как $3^3 = 27$ (логарифм двадцати семи по основанию три равен трем, так как три в кубе равно двадцати семи).
$\log_2 \left(\frac{1}{64}\right) = -6$, так как $2^{-6} = \frac{1}{64}$ (логарифм одной шестьдесят четвертой по основанию два равен минус шесть, так как два в минус шестой степени равно одной шестьдесят четвертой).
$\log_{\frac{1}{9}} 81 = -2$, так как $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = 81$ (логарифм восьмидесяти одного по основанию одной девятой равен минус два, так как одна девятая в минус второй степени равна восьмидесяти одному).
$\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$, так как $16^{\frac{1}{2}} = 4$ (логарифм четырех по основанию шестнадцати равен одной второй, так как шестнадцать в степени одна вторая равно четырем).
Выделим и обоснуем три формулы:
1.$\log_a a = 1$, так как $a^1 = a$ (логарифм числа а по основанию а равен единице, так как любое число в первой степени равно самому себе). Значит, $\log_5 5 = 1$.
2.$\log_a 1 = 0$, так как $a^0 = 1$ (логарифм единицы по основанию а равен нулю, так как любое число в нулевой степени равно единице). Таким образом, $\log_3 1 = 0$.

3. $\log_a a^m = m$, так как $a^m = a^m$(логарифм числа а в степени эм по основанию а равен эм, так как а в степени эм равняется а в степени эм). Следовательно, $\log_7 7^4 = 4$.
Рассмотрим $\log_3 8$. Так как точного рационального значения $\log_3 8$ (логарифма восьми по основанию три) мы указать не можем, то такие числа принято называть иррациональными.
Обоснуем это:
Пусть $\log_3 8$ – рациональное число, тогда его можно представить в виде дроби m(эм), деленное на n (эн), где эм и эн — натуральные числа: $\log_3 8 = \frac{m}{n}$. Тогда, применив определение логарифма и свойство степени, получим (три в степени эм равно восьми в степени эн), но этого быть не может, так как три в степени эм – целое число, кратное трем, а восемь в степени эн – целое число кратное двум

$$3^{\frac{m}{n}} = 8,$$
$$\left(3^{\frac{m}{n}}\right)^n = 8^n, 3^m = 8^n.$$

Получили противоречие нашему утверждению, значит $\log_3 8 -$ иррациональное число.
Посмотрите и запомните, как на математическом языке выглядит определение логарифма: $a^{\log_a b} = b$ (а в степени логарифм числа бэ по основанию а равно бэ)
Например: $4^{\log_4 5} = 5, \quad 0{,}2^{\log_{0,2} 7} = 7, \quad 13^{\log_{13} 56} = 56$
Другими словами, если основание степени и основание логарифма, стоящего в степени, равны, то значение выражения равно подлогарифмическому числу.
Действие по нахождению логарифма числа называют логарифмированием. Оно является обратным к действию возведения в степень с соответствующим основанием:

Как прочитать!	Возведение в степень	Логарифмирование
Шесть в квадрате равно тридцати шести, а логарифм тридцати шести по основанию шесть равен двум	$6^2 = 36$	$\log_6 36 = 2$
Десять в четвертой степени равно десяти тысячам, а логарифм десяти тысяч по основанию десять равен четырем	$10^4 = 10000$	$\log_{10} 10000 = 4$
Ноль целых две десятые в пятой степени равно ноль	$0{,}2^5 = 0{,}00032$	$\log_{0,2} 0{,}00032 = 5$

целых тридцать две сто тысячные, а логарифм ноль целых тридцати двух сто тысячных по основанию ноль целые две десятые равен пяти		

Рассмотрим вычисление значения логарифма.

Пример1: Вычислите $\log_{\frac{1}{15}}\left(225\sqrt[3]{15}\right)$ (логарифм числа двести двадцать пять корней кубических из пятнадцати по основанию одна пятнадцатая)

Обозначим данное выражение через икс $\log_{\frac{1}{15}}\left(225\sqrt[3]{15}\right) = x$ (логарифм числа двести двадцать пять корней кубических из пятнадцати по основанию одна пятнадцатая)

Применим определение логарифма и получим $\left(\frac{1}{15}\right)^x = 225\sqrt[3]{15}$ (одна пятнадцатая в степени икс равно двести двадцать пять корней кубических из пятнадцати).

Решим полученное показательное уравнение.

приведя обе части уравнения к основанию пятнадцать получим:

$15^{-x} = 15^2 \cdot 15^{\frac{1}{3}}$

воспользуемся свойством степени (при умножении показатели складываются)

$15^{-x} = 15^{2\frac{1}{3}}$

значит, $-x = \frac{7}{3}$ (т.к. $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$)

получим ответ: икс равен минус семь третьих $x = -\frac{7}{3}$.

Пример 2: Вычислите $\log_{0,5}\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (логарифм дроби единица, деленная на четыре корня квадратных из двух, по основанию ноль целых пять десятых)

Вводим обозначение логарифм дроби единица, деленная на четыре корня квадратных из двух, по основанию ноль целых пять десятых равно игрек	$\log_{0,5}\frac{1}{4\sqrt{2}} = y$
По определению логарифма ноль целых пять десятых в степени игрек равно дроби единица, деленная на четыре корня квадратных из двух	$0,5^y = \frac{1}{4\sqrt{2}}$

Приведем к одному основанию Одна вторая в степени игрек равно одной второй в степени пять вторых	$\left(\frac{1}{2}\right)^{y} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{2}}$
Перейдем к степени	y=2,5

Математики для логарифма по основанию 10 ввели новое обозначение $\log_{10} x = \lg x$ и назвали логарифм по основанию десять десятичным логарифмом. Вместо $\log_{10}$ принято использовать символ lg . Так вместо $\log_{10} 1000$ пишут $lg1000$,
т.е.

$$\log_{10} 1000 = lg1000$$

Свойства логарифмов

Мы уже познакомились с понятием логарифма.
Построили график функции $\mathbf{y=log}_a\, x$ и изучили свойства этой функции.
Сегодня мы познакомимся со свойствами логарифмов.
Обратим внимание, что все свойства, которые мы будем формулировать, доказываются только для положительных значений переменных, содержащихся под знаком логарифма.
Прежде чем перейти к свойствам, вспомним определение логарифма:
$a^{\log_a b} = b$ (логарифм это показатель степени, в которую нужно возвести основание, что бы получить подлогарифмическое выражение). $a^{\log_a b} = b$
Напомним три основных тождества:
1.$\log_a a = 1,$ так как $a^1 = a$ (логарифм а по основанию а равен единице, так как любое число в первой степени равно самому себе)
2.$\log_a 1 = 0,$ так как $a^0 = 1$ (логарифм единицы по основанию а равен нулю, так как любое число в нулевой степени равно единице)
3. $\log_a a^m = m,$ так как $a^m = a^m$ (логарифм а в степени эм по основанию а равен эм, так как а в степени эм равняется а в степени эм) $\log_a a^r = r$

Теорема 1: Логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел: $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$
Доказательство: Если обозначить $\log_a bc = m,\ \ \log_a b = n,\ \log_a c = k$ (логарифм произведения бэ и цэ по основанию а равен эм, логарифм числа бэ по основанию а равен эн, логарифм числа цэ по основанию а равен ка), то необходимо доказать равенство m=n+k (эм равно сумме эн и ка)
Воспользуемся определением логарифма:

Т.к. $\log_a bc = m$, то $a^m = bc$ (а в степени эм, равно произведению бэ и цэ)
Т.к. $\log_a b = n$, то $a^n = b$ (а в степени эн равно бэ)
Т.к. $\log_a c = k$, то $a^k = c$ (а в степени ка равно цэ)
Введем замену и воспользуемся свойством степени, получим:

$$a^m = bc = a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

Так как основания равны и отличны от единицы, то равны и показатели степени, т.е. m=n+k , что и требовалось доказать.
Данная теорема справедлива и когда логарифмируемое выражение состоит из более двух множителей, например:
$\log_3 5 + \log_3 2 + \log_3 4 = \log_3(5 \cdot 2 \cdot 4) = \log_3 40$
Теорема 2: Если a, b, c – положительные числа, причем $a \neq 1$, то справедливо равенство: $\log_a \frac{b}{c}$=$\log_a b - \log_a c$ (логарифм частного, равен разности логарифмов числителя и знаменателя)
Оформим доказательство краткой записью, и прокомментируем каждый шаг, опираясь на полученные знания

Введение новых переменных	Применение определения логарифма	Доказательство
$\log_a \frac{b}{c} = m$	$a^m = \frac{b}{c}$	$a^m = a^n : a^k$
$\log_a b = n$	$a^n = b$	$a^m = a^{n-k}$
$\log_a c = k$	$a^k = c$	m=n-k
Доказать m=n-k		

Обозначим $\log_a \frac{b}{c} = m$, $\log_a b = n$, $\log_a c = k$
(логарифм частного бэ на цэ по основанию а равен эм, логарифм числа бэ по основанию а равен эн, логарифм числа цэ по основанию а равен ка), значит, необходимо доказать равенство m=n - k **(эм равно разности эн и ка)**
Воспользуемся определением логарифма:
Т.к. $\log_a \frac{b}{c} = m$, то $a^m = \frac{b}{c}$ (а в степени эм, равно частному бэ на цэ)
Т.к. $\log_a b = n$, то $a^n = b$ (а в степени эн равно бэ)
Т.к. $\log_a c = k$, то $a^k = c$ (а в степени ка равно цэ)
Введем замену и воспользуемся свойством степени, получим:

$$a^m = \frac{b}{c} = a^n : a^k = a^{n-k}$$

Так как основания равны и отличны от единицы, то равны и показатели степени, т.е. m=n - k , что и требовалось доказать.

Приведем пример: $\log_3 36 - \log_3 4 = \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$
(разность логарифма 36 по основанию 3 и логарифма 4 по основанию 3 равно логарифму частного 36 на 4,т.е. равно логарифму числа 9 по основанию три, девять представим как три в квадрате, следовательно, логарифм 9 по основанию 3 равен 2.)

Теорема 3: Если a,b –положительные числа, причем $a \neq 1,$ то для любого числа r справедливо равенство $\log_a b^r = r\log_a b$
(логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени)
Например, $\log_6 3^7 = 7\log_6 3,\qquad \log_4 \frac{1}{36} = \log_4 6^{-2} = -2\log_4 6$
Доказательство:

Введение новых переменных	Применение определение логарифма	Доказательство
$\log_a b^r = m$	$a^m = b^r$	$a^m = b^r = (a^n)^r$
$\log_a b = n$	$a^n = b$	$a^m = a^{nr}$
Доказать m=rn		m=nr

Обозначим $\log_a b^r = m\,,\;\; \log_a b = n.$
(логарифм числа бэ в степени эр по основанию а равен эм, логарифм числа бэ по основанию а равен эн), значит, необходимо доказать равенство m=rn (эм равно произведению эн и эр)
Воспользуемся определением логарифма:
Т.к.
$\log_a b^r = m,$ то
$a^m = b^r$(а в степени эм, равно бэ в степени эр)
Т.к. $\log_a b = n,$ то $a^n = b$ (а в степени эн равно бэ)
Введем замену и воспользуемся свойством степени, получим:
$a^m = b^r = (a^n)^r$=a^{nr}
Так как основания равны и отличны от единицы, то равны и показатели степени, т.е. m=nr, что и требовалось доказать.

Пример: прологарифмируйте по основанию пять выражение $\frac{25\sqrt{5}\text{а}^6\text{в}^7}{\text{с}^3}$ (частное произведения двадцати пяти корней из пяти, а в шестой степени и бэ в седьмой степени на цэ в кубе).
Так как логарифм частного равен разности логарифмов числителя и знаменателя, то получим :
$\log_5 \frac{25\sqrt{5}\text{а}^6\text{в}^7}{\text{с}^3} = \log_5\left(25\sqrt{5}\text{а}^6\text{в}^7\right) - \log_5 \text{с}^3$=
далее, применяя свойство логарифмов, по которому логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел, имеем
=$\log_5 25\sqrt{5} + \log_5 \text{а}^6 + \log_5 \text{в}^7 - \log_5 \text{с}^3$=
представим $25\sqrt{5}$ в виде степени: $25\sqrt{5} = 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$ = $5^{2\frac{1}{2}}$
= $\log_5 5^{2\frac{1}{2}} + \log_5 \text{а}^6 + \log_5 \text{в}^7 - -\log_5 \text{с}^3$=
затем логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени, поэтому
=$2\frac{1}{2} + 6\log_5 \text{а}$+$7\log_5 \text{в} - 3\log_5 \text{с}.$

Теорема 4: Равенство $\log_a m = \log_a n$, где $m > 0, n > 0, a \neq 1, \ \ a > 0$ справедливо тогда и только тогда, когда m=n.
(логарифм числа эм по основанию а, равен логарифму числа эн по основанию а, тогда и только тогда, когда логарифмируемые выражения одинаковы)
Пример: Вычислите $5^{\log_5 16-1}$ (пять в степени логарифм шестнадцати по основанию пять минус один).

$$5^{\log_5 16-1} = 5^{\log_5 16} \div 5^1 = 16 \div 5 = 3{,}2$$

Воспользуемся свойством степени (при делении степени вычитаются), тогда получим: $5^{\log_5 16-1} = 5^{\log_5 16} : 5^1 =$
далее воспользуемся определением логарифма ($a^{\log_a b} = b$, логарифм — это показатель степени, в которую нужно возвести основание, чтобы получить подлогарифмическое выражение), тогда $5^{\log_5 16} = 16$, поэтому продолжая вычисления, имеем
$= 16 : 5 = 3{,}2$.
Пример: Найдите x (икс) по его логарифму $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$
Применим свойство: логарифм частного равен разности логарифмов числителя и знаменателя, поэтому $\log_2 72 - \log_2 9 = \log_2 \frac{72}{9} = \log_2 8$,
А так как по теореме 4 логарифмы по одному основанию равны тогда и только тогда, когда логарифмируемые выражения одинаковы, то имеем из того, что $\log_2 x = \log_2 8$ следует, что x=8.

$\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9 = \log_2 \frac{72}{9} = \log_2 8$, x=8
Пример 4: Известно, что $\log_3 2 = a, \log_3 5 = b$. Выразите $\log_3 50$ через а и b
(логарифм двух по основанию три равен а, логарифм пяти по основанию три равен бэ. Выразите логарифм пятидесяти по основанию три через а и бэ)

$$\log_3 50 = \log_3(25 \cdot 2) = \log_3 25 + \log_3 2 = 2\log_3 5 + \log_3 2 = 2в + a$$

Пятьдесят заменим произведением двух множителей кратных двум и пяти; перейдем к сумме логарифмов; применим теорему 3 — логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени; произведем замену, воспользовавшись условием.

Функция y=$\log_a x$, ее свойства и график.

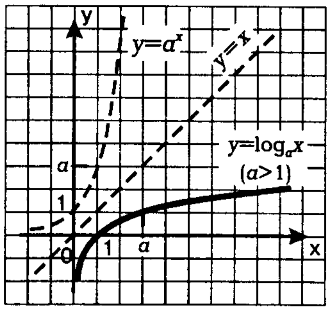
Повторим определение логарифма: $a^{\log_a b} = b$ (логарифм — это показатель степени, в которую нужно возвести основание, что бы получить подлогарифмическое выражение).
Рассмотрим одновременно две функции: показательную - $y = a^x$ и логарифмическую – y=$\log_a x$.
Если точка (m;n) (рис.1) принадлежит графику показательной функции – $y = a^x$, то выполняется равенство $n = a^m$(эн равно а в степени эм). Запишем это

равенство, используя определение логарифма m=$\log_a n$ (эм равно логарифму числа эн по основанию а). Из этого равенства следует, что точка (n;m) принадлежит графику логарифмической функции y=$\log_a$ x. Ранее при изучении функции y=$\sqrt[n]{x}$ (игрек равно корень энной степени из икс) была доказана теорема о симметричности точек (m;n) и (n;m) относительно прямой (игрек равняется икс) y=x, значит, справедливо утверждение:

График логарифмической функции y=$\log_a$ x

симметричен графику показательной функции $y = a^x$ относительно прямой y=x (игрек равен икс)

Изобразим схематически графики логарифмической и показательной функций при $a > 1$(а большем единицы):



и при $0 < a < 1$ (при а меньшем единицы, но большем нуля):

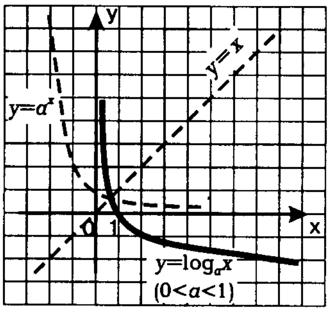


График логарифмической функции называют логарифмической кривой.

Построим график логарифмической функции с основанием три

$y = \log_3 x$.

При составлении таблицы воспользуемся определением логарифма (логарифм это показатель степени, в которую нужно возвести основание, что бы получить подлогарифмическое выражение), т.е. $x = 3^y$.

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	1	3	9	27
y	-1	-2	0	1	2	3

$$\log_3 \frac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -1, \quad \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2, \quad \log_3 1 = \log_3 3^0 = 0,$$

$$\log_3 3 = 1, \quad \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2, \quad \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$$

Отметив на координатной плоскости точки из таблицы, проведем через них логарифмическую кривую. (Рис.2)

Используя построенный график, укажем свойства логарифмических функций с основанием большим единицы $y = \log_a x, \ \ a > 1$

1. D(f)=$(0; +\infty)$(область определения — интервал от нуля до плюс бесконечности)
2. E(f)=$(-\infty; +\infty)$(область значения – множество всех действительных чисел
3. Функция не является ни четной, ни нечетной.
4. Возрастает на $(0; +\infty)$ (на всей области определения)
5. Не ограничена сверху, не ограничена снизу.
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
7. Непрерывна.
8. Выпукла вверх.

Построим график функции y=$\log_{\frac{1}{3}} x$

x	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
y	-2	-1	0	1	2

Используя построенный график, укажем свойства логарифмических функций с основанием меньшим единицы, но большим нуля $y = \log_a x, \ \ 0 < a < 1$

1. D(f)=$(0; +\infty)$(область определения — интервал от нуля до плюс бесконечности).
2. E(f)=$(-\infty; +\infty)$(область значения – множество всех действительных чисел.
3. Не является ни четной, ни нечетной.
4. Убывает на $(0; +\infty)$(на всей области определения)
5. Не ограничена сверху, не ограничена снизу.
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
7. Непрерывна.
8. Выпукла вниз.

Заметим, что ось ординат является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции с любым допустимым основанием.

Пример 1: Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке: $y = \log_3 x, \ \ x\epsilon \left[\frac{1}{3}; 9\right]$(икс принадлежит отрезку от одной третьей до девяти).
Так как основание логарифмической функции $y = \log_3 x$ больше единицы, то данная функция непрерывна и возрастает на всей области определения, следовательно, и на указанном интервале. Значит, наибольшее и наименьшее значения она принимает на концах заданного отрезка. Найдем $y_{\text{наим.}}$: для этого вместо икса подставим $\frac{1}{3}$ и используем формулу, которую мы выделили при изучении понятия логарифма: $\log_a a^m = m$,

(логарифм числа а в степени эм по основанию а равен эм) получим

$$y_{наим.} = \log_3 \frac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -1,$$

Подставив вместо икса 9, найдем $y_{наиб.}$:

$y_{наиб.} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2.$

Пример 2: Решите неравенство $\log_2 x < 1$.
Рассмотрим функции y=$\log_2 x$ и $y = 1$.
1)Чтобы найти абсциссу точки пересечения их графиков, решим уравнение
$\log_2 x = 1$, значит, $x = 2^1 = 2$.
2) Построим график функции y=$\log_2 x$ и $y = 1$ (рис.4)

Таблица для графика y=$\log_2 x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-2	-1	0	1	2

График функции (игрек равен логарифм числа икс по основанию два) расположен ниже прямой y=1 при икс меньшем двух.
3) Запишем ответ $x < 2$.

Пример 3: решите неравенство $\log_2 x \geq -x + 1$
В одной системе координат построим графики функций
y=$\log_2 x$ и $y = -x + 1$.
(игрек равен логарифм числа икс по основанию два и игрек равен минус икс плюс один) (рис.5)
Таблица для графика y=$\log_2 x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-2	-1	0	1	2

Графиком функции $y = -x + 1$ является прямая, которая проходит через точки (0;1) и (1;0).

Мы видим, что график функции y=$\log_2 x$ расположен выше графика функции $y = -x + 1$, при икс большем либо равном единице.
Ответ $x \geq 1$.

Пример 4: Постройте график функции $y = 2 + \log_3(x - 4)$
Построим вспомогательную систему координат, для этого ось абсцисс перенесем вправо на четыре единичных отрезка, т.е. построим прямую x'=4, а

ось ординат поднимем на два единичных отрезка вверх, т.е. построим прямую y'=2. В новой системе построим график функции y=$\log_3$ x (рис.6)

Таблица для графика y=$\log_3$ x

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
y	-2	-1	0	1	2

Пример 5: построить график функции и указать его свойства

$$У=\begin{cases} 3^x, \text{если } x > 1; \\ \log_{\frac{1}{3}} x, \text{ если } x \le 1. \end{cases}$$

Построим график функции y=3^x при $x > 1$ (игрек равен три в степени икс, при икс больше единицы)

x	2	3	4
y	9	27	81

В этой же системе координат построим график функции и y=$\log_{\frac{1}{3}} x$, при $x \le 1$ (игрек равен логарифм числа икс по основанию одна третья, при икс меньшем либо равном единице)

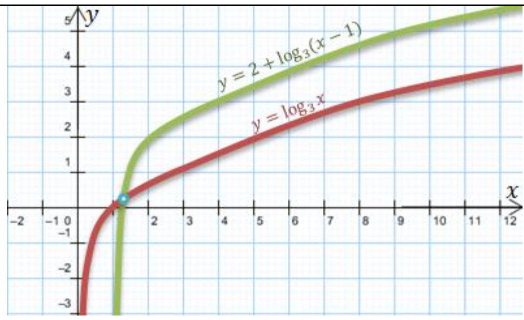
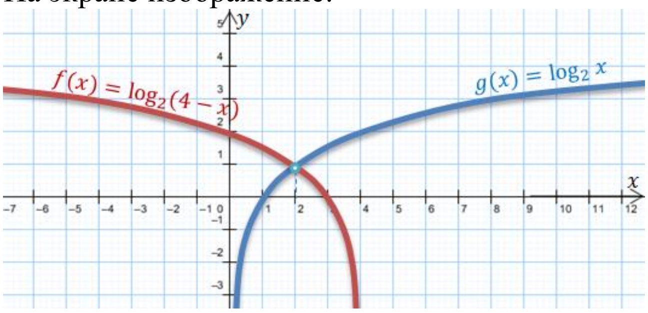
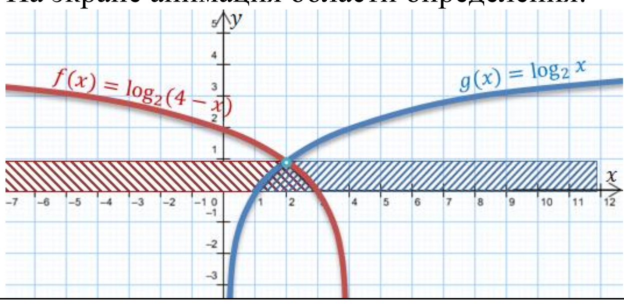
x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1
y	3	2	1	0

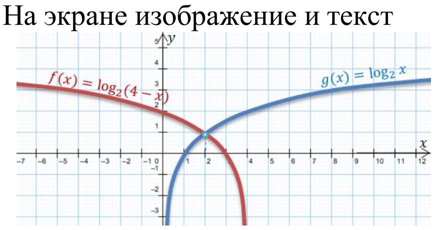
Укажем свойства данной функции:

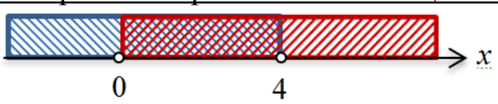
1. D(f)=$(0; +\infty)$ (область определения интервал от нуля до плюс бесконечности).
2. Не является ни четной, ни нечетной.
3. Убывает на интервале $(0; 1]$ (от нуля до единицы включительно), возрастает на интервале (1;+∞) (от единицы до плюс бесконечности).
4. Не ограничена сверху, ограничена снизу.
5. Наибольшего значения не принимает, наименьшее значение
$y_{min} = 0$, при $x = 1$ (равно нулю при икс равном единице)
6. Функция претерпевает разрыв в точке x=1, а в остальных точках она непрерывна.
7. E(f)=$[0; +\infty)$ (область значения — луч от нуля до плюс бесконечности).
8. Выпукла вниз на промежутках: $(0; 1]$ и (1;+∞).

Логарифмические уравнения

Рассмотрим координатную плоскость. На плоскости изображены графики логарифмических функций y=$2 + \log_3(x-1)$ и y=$\log_3 x$	<u>На экране изображение с анимацией появления графиков:</u>

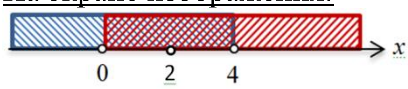
Данная геометрическая иллюстрация может являться решением *уравнения.* По графику мы видим, что уравнение имеет один корень, но точное значение определить сложно. Можно сказать только, что корень лежит на промежутке от 1 до 2. Заметим, что переменная в данном уравнении находится в подлогарифмическом выражении.	 <u>На экране текст под изображением:</u> $2 + \log_3(x-1) = \log_3 x$ <u>На экране анимация текста</u>: $2 + \log_3(x-1) = \log_3 x$
Рассмотрим ещё одну геометрическую модель уравнения. На координатной плоскости изображены две логарифмических функции $f(x) = \log_2(4-x)$ и *g*(*x*)= $\log_2 x$. По графику легко определить, что x равное 2 является корнем уравнения $\log_2(4-x) = \log_2 x$ Следует отметить, что *x* равное 2 входит в область определения функции $f(x) = \log_2(4-x)$ и *g*(*x*)=$\log_2 x$.	На экране изображение:  <u>На экране текст под изображением:</u> $\log_2(4-x) = \log_2 x$ – уравнение *x*=2 – корень уравнения На экране анимация области определения: 
Рассмотренные *уравнения* формулируют ряд утверждений и вопросов.	На экране текст: $\log_2(4-x) = \log_2 x$ $\qquad$ $2 + \log_3(x-1) = \log_3 x$ $x = 2$

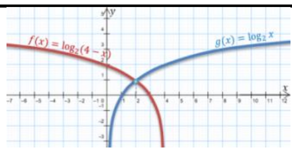
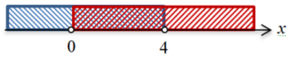
Утверждение первое. Переменная в данных уравнениях находится в подлогарифмических выражениях. Вопрос: К какому типу относятся данные уравнения? Утверждение второе. Уравнение можно решить графическим способом, но иногда трудно определить значение корня. Возникает вопрос: Как решить уравнение, не используя графическую модель? Утверждение три. Корень уравнения должен входить в область определения рассматриваемой логарифмической функции. Вопрос: Как учесть область определения функции при решении уравнений не графическим способом? Попытаемся ответить на возникшие вопросы.	**один корень** Утверждение: 1. Переменная в данных уравнениях находится в подлогарифмических выражениях. 2. Уравнение можно решить графическим способом, но иногда трудно определить значение корня. 3. Корень уравнения должен входить в область определения рассматриваемой логарифмической функции Вопрос: 1. К какому типу относятся данные уравнения? 2. Как решить уравнение, не используя графическую модель 3. Как учесть область определения функции при решении уравнений?
Уравнения вида логарифм *f* от *x* по основанию *a* равен логарифму g от *x* по основанию *a* и уравнения сводящиеся к этому виду, где *a* — положительное число, не равное одному, называются логарифмическими.	**Логарифмические уравнения** Уравнения вида $\log_a f(x)=\log_a g(x)$, где *a* $>0, a\neq 1,\ f(x)>0,\ g(x)>0.$
Пусть x_0 корень уравнения, который должен удовлетворять условию *f*(x_0)>о и *g*(x_0)>0.	Если x_0 –корень уравнния $\log_a f(x)=\log_a g(x)$,то *f*(x_0)>о и *g*(x_0)>0.
Рассмотрим уравнение $\log_2(4-x)=\log_2 x$ и его геометрическую иллюстрацию. В силу монотонности логарифмической функции логарифмы равны на области определения, если равны их подлогарифмические выражения. Таким образом, уравнение $\log_2(4-x)=\log_2 x$ равносильно уравнению 4–*x*=*x* при $4-x>0$ и $x>0$. Такой переход от равенства логарифмов к равенству подлогарифмических выражений при решении уравнений называют *потенцированием.*	На экране изображение и текст  $\log_2(4-x)=\log_2 x$ Если $\begin{cases}4-x>0\\ x>0\end{cases}$, то из $\log_2(4-x)=\log_2 x$ $\Rightarrow$4–*x*=*x* На экране текст:

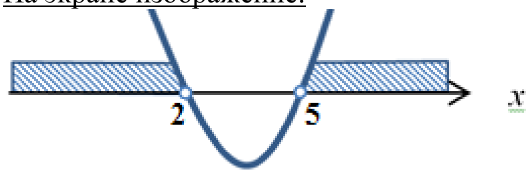
Воспользуемся сделанными выводами и решим данное уравнение способом потенцирования.	$\log_2(4-x)=\log_2 x$
Составим условие для выполнения перехода. Обозначим это условие как ОДЗ – область допустимых значений.	<u>На экране добавляется с анимацией появления тест:</u> ОДЗ:
Из левой части уравнения составим неравенство $4-x>0$, а из правой $x>0$. Так как эти неравенства должны выполняться одновременно, объединим их *знаком системы*. У нас получилась система из двух неравенств с одной переменной. Решением данной системы является промежуток по оси х, которому будет принадлежать корень уравнения. Решим эту систему.	$\begin{cases}4-x>0\\ x>0\end{cases}$,
Для этого в первом неравенстве *перенесем* четыре в правую часть неравенства, изменяя знак четвёрки. Получим $-x>-4$. Второе неравенство перепишем. В первом неравенстве поделим обе части неравенства на *минус единицу*.	<u>На экране появляется текст:</u> $\begin{cases}-x>-4 \quad \vert:(-1)\\ x>0\end{cases}$,
Получим неравенство $x<4.$ Нужно помнить, что при делении или умножении неравенства на отрицательное число знак неравенства меняется на противоположный. Второе неравенство перепишем.	<u>На экране добавляется текст:</u> $\begin{cases}x<4\\ x>0\end{cases}$
Отметим на одной координатной прямой промежутки, соответствующие полученным неравенствам. Неравенству $x<4$ соответствуют числа левее четырех, отметим их синей штриховкой. Нужно отметить, что данные неравенства являются строгими, и числа ноль и четыре отметим на координатной прямой. Неравенству $x>0$ соответствуют числа правее нуля. Отметим их красной штриховкой.	<u>На экране изображение с анимацией промежутков:</u> 

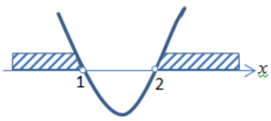
<table>
<tr>
<td>Хорошо видно, что неравенства будут выполняться одновременно только для чисел, лежащих между числами ноль и четыре. Запишем их множество в виде выражения.</td>
<td>На экране добавляется текст:
$x \in (0;4)$</td>
</tr>
<tr>
<td>Для этих чисел исходное уравнение $\log_2(4-x) = \log_2 x$ равносильно линейному уравнению $4-x=x$. Решим его путём уединения переменной х.</td>
<td>На экране добавляется текст:
$4-x=x$</td>
</tr>
<tr>
<td>В уравнении можно переносить слагаемые из одной части уравнения в другую меняя при этом знак слагаемого, поэтому перенесём переменную х из левой части уравнения в правую часть, поменяв знак, получим равносильное уравнение 4=x+x. Приведем подобные слагаемые в правой части уравнения, получим уравнение 4=2x.</td>
<td>На экране добавление текста с анимацией переноса слагаемого:
4=x+x</td>
</tr>
<tr>
<td>Обе части уравнения можно разделить или умножить на любое число не равное нулю, поэтому наше уравнение можно поделить на два, чтобы получить значение переменной х. Четыре поделить на два — получим два, два икс поделить на два — получим икс. Таким образом, икс равен двум.</td>
<td>На экране добавляется текст:
4=2x |:2

На экране добавляется тест:
x=2
Ответ: x=2

На экране изображения:
</td>
</tr>
<tr>
<td>Проверим полученный корень по условию, определяющему ОДЗ. Число два лежит между числами ноль и четыре, значит, оно лежит в области допустимых значений и является корнем уравнения. Чаще проверка корня, если соответствие условию очевидно, выполняется устно.</td>
<td>На экране текст:
Ответ: 2</td>
</tr>
<tr>
<td>Таким образом, по свойствам логарифмической функции решено уравнение без построения графика путем потенцирования. В алгебре этот способ считается одним из основных.
Представляем вашему вниманию таблицу, сопоставляющую два</td>
<td>На экране таблица:
Решить уравнение $\log_2(4-x) = \log_2 x$
<table>
<tr><th>Графический метод</th><th>Метод потенцирования</th></tr>
<tr>
<td>1. Построить f(x)= $\log_2(4-x)$ и g(x) $= \log_2 x$.</td>
<td>1. Найти ОДЗ.
ОДЗ: $\begin{cases} 4-x>0 \\ x>0 \end{cases}$,
$\begin{cases} -x>-4 \quad |:(-1) \\ x>0 \end{cases}$,</td>
</tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

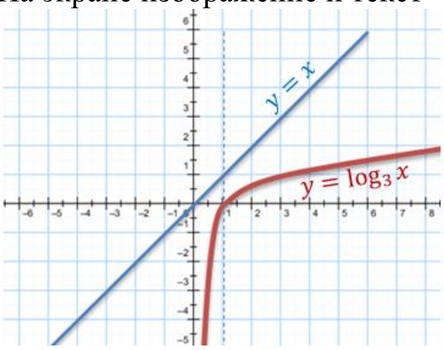
решения: графический и алгебраический. Сложность графического способа заключается в построении графиков соответствующих функций, поэтому предпочтение отдается алгебраическому способу решения уравнений.	 2. Корень уравнения– абсцисса точки пересечения. 3. Записать ответ: x=2	$\begin{cases} x < 4 \\ x > 0 \end{cases}$  $x \in (0;4)$ 2. От равенства логарифмов перейти к равенству подлогарифмических выражений. 3. Решить полученное новое уравнение. $4 - x = x$ 4=*x*+*x* 4=2*x* |:2 *x*=2 4. Проверить полученный корень на выполнение условий определяющих ОДЗ. 5. Записать ответ: x=2
При решении логарифмических уравнений важно уметь правильно решать неравенства и системы неравенств. Вспомним алгоритм решения квадратного неравенства. Решить неравенство $x^2 - 7x + 10 > 0$ Квадратные неравенства чаще решаются по свойствам квадратичной функции. Рассмотрим квадратичную функцию y=$x^2 - 7x + 10$, так как коэффициент *a* равен 1, а это положительное число, то ветви параболы направлены вверх. Квадратичная функция принимает положительные значения в точках, отличных от нулей функции. Найдём эти точки. Для этого приравняем $x^2 - 7x + 10$ к нулю. Данное равенство является квадратным уравнением. Решим его через формулу дискриминанта. Итак, дискриминант уравнения равен $b^2 - 4ac$	<u>На экране текст:</u> Решить неравенство $x^2 - 7x + 10 > 0$ На экране добавляется тест: y=$x^2 - 7x + 10$ – квадратичная функция, график парабола, ветви вверх На экране текс: y=0: $x^2 - 7x + 10 = 0$– квадратное уравнение *D*=$b^2 - 4ac = 49 - 40 = 9$ $x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{D}}{2a}$ $x_1 = \frac{7+3}{2} = 5$ $x_2 = \frac{7-3}{2} = 2$	

Подставим значения коэффициентов: *b* минус семь, *a* — один, *c* равен десяти, в результате вычислений дискриминант уравнения равен 9. Первый корень уравнения равен 5, а второй равен 2. Отметим эти точки на координатной прямой. В этих точках квадратичная функции принимает нулевые значения, а в остальных точках оси Ох либо положительные, либо отрицательные. Определить это можно по расположению графика функции. Мы выяснили, что парабола расположена ветвями вверх, значит, на промежутке от минус бесконечности до двух и от пяти до плюс бесконечности квадратичная функция принимает положительные значения. *Значит,* этот промежуток является решением неравенства. При решении неравенства следует помнить, что все неравенства делятся на строгие и нестрогие. К строгим относятся неравенства вида *f(x)*>0, *f(0)*<0 и им соответствуют обозначения, не включающие значения: круглые скобки и выколотые точки. К нестрогим неравенствам относятся неравенства вида $f(x) \geq 0, f(x) \leq 0$. Им соответствуют квадратные скобки и темные точки, включающие значения.	<u>На экране изображение:</u>  <u>На экране текст:</u> <u>Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$</u> <u>На экране таблица:</u> **Неравенства** Строгие — Нестрогие *f(x)*>0, *f(0)*<0 — $f(x) \geq 0, f(x) \leq 0$ ↓ — ↓ (○○) — [●●]
Рассмотрим логарифмическое уравнение $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2x - 4)$. Графическим методом решить его будет достаточно сложно, поэтому воспользуемся методом потенцирования. Составим условия, определяющие область допустимых значений (ОДЗ). В уравнении два логарифма, значит в одз будет два условия. Первое $x^2 - 3x + 2 > 0$, второе $2x - 4 > 0$.	Решить уравнение: $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2x - 4)$. На экране добавляется текст: ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ 2x - 4 > 0 \end{cases}$ <u>На экране формируется левый столбец будущей таблицы</u>

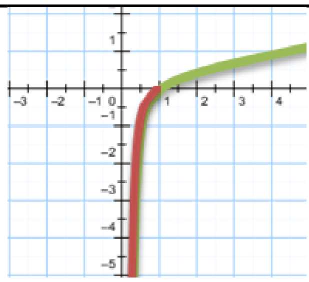
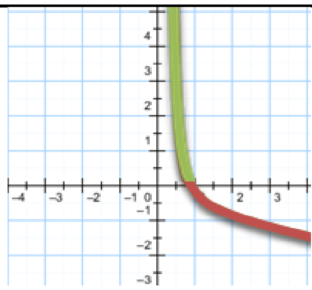
Решим каждое из неравенств отдельно, а затем найдем общее решение. Первое неравенство $x^2-3x+2>0$. Повторим алгоритм действий в ранее решенном квадратном неравенстве. Рассмотрим квадратичную функцию y= x^2-3x+2. Найдем нули этой функции, они равны двум и одному. Отметим их на координатной прямой выколотыми точками один и два, в силу строгости решаемого неравенства. Промежуток от минус бесконечности до одного и от двух до плюс бесконечности является решением этого неравенства. Второе условие определяет линейное неравенство $4x-1>0$. Решим его уединением переменной. Для этого минус один перенесём в правую часть неравенства, поменяв при этом знак минус на плюс, получим $4x>1$. Поделим обе части неравенства на коэффициент четыре, получим линейно неравенство $x>0{,}25$. Решением этого неравенства является промежуток от 0,25 до плюс бесконечности. Отметим оба решения на одной координатной прямой. Пересечение промежутков, на изображении их штриховки пересекаются, это множество чисел от 0,25 до одного и от двух до плюс бесконечности. Значит, эти числа образую область допустимых значений и на их множестве возможен переход от равенства логарифмов к равенству подлогарифмических выражений. То есть исходное уравнение $\log_2(x^2-3x+2)=\log_2(2x-4)$. равносильно уравнению $x^2-3x+2=2x-4$. Чтобы установить тип нового уравнения, перенесём все слагаемые в левую часть и приведём подобные. Получим уравнение $x^2-5x+6=0$.	$x^2-3x+2>0$ и $4x-1>0$ y=x^2-3x+2 – квадратичная фун–я $4x>1$ |:4 y=0: $x^2-3x+2=0$ $x>0{,}25$ $D=b^2-4ac=9-8=1$  $x_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{D}}{2a}$ $x_1=\frac{3+1}{2}=2$ $x_2=\frac{3-1}{2}=1$  На экране изображение:  На экране текст: $x\in(0{,}25;1)\cup(2;+\infty)$ На экране формирует ход решения уравнения: $\log_2(x^2-3x+2)=\log_2(2x-4)$ $x^2-3x+2=2x-4$ $x^2-5x+6=0$ $x^2-5x+6=0$ $D=b^2-4ac=25-24=1$

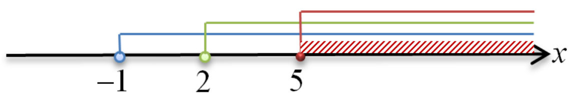
Это квадратное уравнение и способ его решения очевиден. Дискриминант уравнения равен единице. Первый корень уравнения равен 3 , а второй равен 2. Проверим найденные корни по условиям, определяющим ОДЗ.Число два не принадлежит найденному множеству чисел, значит не может являться корнем уравнения. Ответ: три.	$x_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{D}}{2a}$ $x_1=\frac{5+1}{2}=3$, $x_2=\frac{5-1}{2}=2$ <u>На экране текст:</u> *x*=2 – не удовл. ОДЗ. Ответ:3
При решении уравнений, в тех случаях, когда решить систему довольно сложно, можно проверить корни и простой подстановкой корней в условие, определяющее ОДЗ. Мы видим, что корень, равный двум, не удовлетворяет условию, а корень, равный трем, подходит для выполнения и первого и второго условия.	Проверка: x=2, $\begin{cases}2^2-3\cdot2+2>0\\ 2\cdot2-4>0\end{cases}$, $\begin{cases}4-6+2>0\\ 4-4>0\end{cases}$, $\begin{cases}0>0-\text{неверно}\\ 0>0-\text{неверно.}\end{cases}$ x=3, $\begin{cases}3^2-3\cdot3+2>0\\ 2\cdot3-4>0\end{cases}$, $\begin{cases}9-9+2>0\\ 6-4>0\end{cases}$, $\begin{cases}2>0-\text{верно}\\ 2>0-\text{верно}\end{cases}$
Таким образом, можно сделать вывод, что уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма, называются логарифмическими, и основной метод их решения – метод потенцирования. Хотя более сложные уравнения могут решаться комбинацией методов или методом введения новой переменной.	

Логарифмические неравенства.

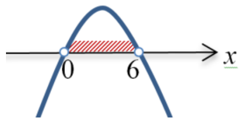
Рассмотрим график логарифмической функции $f(x)=\log_3 x$ и график прямой пропорциональности $g(x)=x$. Отметим, что функция $f(x)=\log_3 x$ возрастает на области определения, Без графика это можно определить по основанию логарифма. Для $y=\log_a f(x)$ где x>0, если основание логарифма больше нуля, но меньше единицы, то функция	На экране изображение и текст  $y=\log_a f(x)$ где x>0, возрастает если a>1

убывает, если основание логарифма больше единицы, то функция возрастает. Важно заметить, что логарифмическая функция $f(x)=\log_3 x$ принимает положительные значения на множестве чисел, больших единицы, запишем это утверждение с помощью символов *f(x)*>0 *при x*$\in(1;+\infty)$ или $\log_3 x>0$ при $x\in(1;+\infty)$ Прямая пропорциональность *y=x* в этом случае на промежутке от одного до плюс бесконечности тоже принимает положительные значения, большие одного. Совпадение это или закономерность? Обо всём по порядку.	$y=\log_a f(x)$ где x>0, убывает если $0<a<1$ На экране добавляется текст с анимацией промежутка на чертеж: *Словесная формултровка* — *Символическая запись* Логарифмическая функция *f(x)*$=\log_3 x$ принимает положительные значения на множестве чисел больших одного *f(x)*>0 *при x*$\in(1;+\infty)$ *ил* $\log_3 x>0$ при $x\in(1;+\infty$
Неравенства вида $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ называются логарифмическими, где а — положительное число, отличное от 1 и $f(x)>0, g(x)>0$	*На экране текст:* Логарифмические неравенства Неравенстива вида $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ и сводящиеся к ним называются логарифмическими, где а положительное число отличное от 1 и $f(x)>0, g(x)>0$
Преобразуем неравенство $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ к виду $\log_a f(x)-\log_a g(x)>0$. При переносе слагаемых из одной части неравенства в другую знак слагаемого меняется на противоположный. По свойству логарифма, разность логарифмов с одинаковым основанием можно заменить логарифм частного, таким образом, наше неравенство примет вид. Обозначим выражение $\frac{f(x)}{g(x)}$ переменной *t*, *тогда* неравенство примет вид $\log_a t>0$. Рассмотрим это неравенство относительно основания *a,* большего единицы, и относительно основания а, большего нуля и меньшего единицы. Если основание логарифма *a,* большего единицы, то функция $y=\log_a t$ возрастает на области определения и принимает положительные значения при t больше одного. Вернемся к обратной замене.	На экране формируется текст: Логарифмические неравенства $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ $\log_a f(x)-\log_a g(x)>0$ На экране добавляется тектс: $\log_a \frac{f(x)}{g(x)}>0$ На экране текст: Пусть $\frac{f(x)}{g(x)}$=*t, тогда* $\log_a t>0$ На экране таблица (у графика нужно подписать оси вертикально –у и горизонтально–t): Если $a>1$ — Если $0<a<1$

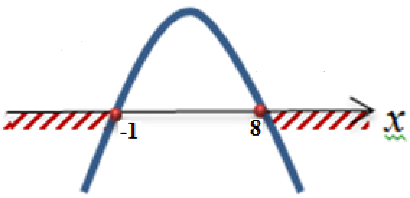
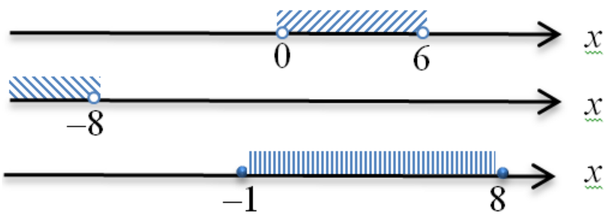
Значит, дробь $\frac{f(x)}{g(x)}$ должна быть больше одного. Это означает, что f(x)>g(x). Если же основание логарифма, большего нуля и меньшего единицы, то функция $y = \log_a t$ убывает на области определения и принимает положительные значения при t больше нуля и меньше одного. При обратной замене неравенство равносильно неравенству $0 < \frac{f(x)}{g(x)} < 1$, а оно выполняется при f(x)<g(x). При этом важно помнить, что и в первом и во втором случае выражения f(x) и g(x) положительные.	 $\log_a t >$0 при t >1 $\Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} > 1 \Rightarrow$ f(x)>g(x).  $\log_a t >$0 при 0<t<1 $\Rightarrow 0 < \frac{f(x)}{g(x)} < 1 \Rightarrow$ f(x)<g(x).
Сделаем вывод: Если $f(x)$>0 и $g(x) > 0$, то при a>1 логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству того же смысла $f(x)>g(x)$, а при 0<a<1 логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ Равносильно неравенству противоположного смысла $f(x)<g(x)$	<u>На экране добавляется строка к таблице:</u> Если $f(x)$>0 и $g(x) > 0$, то при a>1 логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству того же смысла f(x)>g(x). при 0<a<1 логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ Равносильно неравенству противоположного смысла f(x)<g(x).
Рассмотрим примеры решения логарифмических неравенств.	
Решить неравенство: $\log_5(2x-4) \geq \log_5(x+1)$ Неравенства $2x-4$>0 и $x+1 > 0$ определяют область допустимых значений переменной для данного логарифмического неравенства. Основание логарифма пять и оно больше одного, значит исходное неравенство равносильно неравенству $2x-4 \geq x+1$. Решим полученную систему неравенств путем уединения переменной для этого. В первом неравенстве перенесем четыре в правую часть неравенства, поменяв знак минус на плюс. Получим $2x > 4$. Во втором неравенстве единицу перенесем в правую часть и запишем как минус один. Получим неравенство $x > -1$. В третьем неравенстве минус четыре перенесем в	Пример 1. Решить неравенство: $\log_5(2x-4) \geq \log_5(x+1)$ <u>На экране формируется текст решения :</u> $\begin{cases} 2x-4>0 \\ x+1>0 \\ 2x-4 \geq x+1 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x>4 \,\vert :2 \\ x>-1 \\ 2x-x \geq 4+1 \end{cases}$, $\begin{cases} x>2 \\ x>-1 \\ x \geq 5 \end{cases}$.

правую часть, запишем как плюс четыре, а x перенесем в левую часть и запишем как минус икс. Получим неравенство $2x - x \geq 4 + 1$. В нём можно привести подобные слагаемые в левой и правой частях неравенства. Получим неравенство $x \geq 5$. В первом неравенстве поделим левую и правую часть неравенства на 2. Получим неравенство $x > 2$. Полученная в ходе решения система имеет знак одной направленности, в таких случаях очевидно, что данной системе удовлетворяет множество чисел больше пяти. Легко увидеть, что пять тоже удовлетворяет системе неравенств. В противном случае можно построить геометрическую модель данной системы и посмотреть решение. Отметим на координатной прямой числа минус один, два и пять. Причем числам –1 и 2 будет соответствовать светлая точка, а числу пять — темная точка. Нанесем «штриховку» справа от 2 для первого неравенства, справа от 1 — для второго неравенства и справа от пяти — для третьего неравенства. Пересечение штриховок указывает на множество чисел, больших и равных пяти. Ответ запишем в виде выражения $x \in [5;+\infty)$	На экране появляется текст: $x \geq 5$ На экране изображение:  Ответ: $x \in [5;+\infty)$
Пример 2. Решить неравенство $\log_{0.3}(6x - x^2) \geq \log_{0.3}(-8 - x)$ Составим систему неравенств. Неравенства $6x - x^2$>0 и $-8 - x$>0 определяют область допустимых значений неравенства. Основание логарифма равно 0,3, оно больше нуля, но меньше одного, значит логарифмическое неравенство $\log_{0.3}(6x - x^2) \geq \log_{0.3}(-8 - x)$ равносильно неравенству с противоположным по смыслу знаком: $6x - x^2 \leq -4 - x$ Полученная система трудна для параллельного решения неравенств. Решим каждое из них отдельно и рассмотрим общее решение на геометрической модели. Неравенство $6x - x^2 > 0$ является квадратным и решается по свойствам	Пример 2. Решить неравенство $\log_{0.3}(6x - x^2) \geq \log_{0.3}(-8 - x)$ $\begin{cases} 6x - x^2 > 0 \\ -8 - x > 0 \\ 6x - x^2 \leq -8 - x \end{cases}$

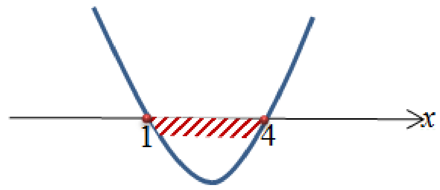
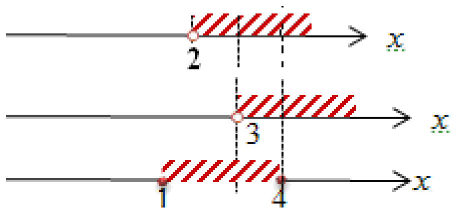
<table>
<tr>
<td>квадратичной функции $y=6x-x^2$, графиком которой является парабола с ветвями вверх. Найдем нули данной функции, для этого её правую часть приравняем к нулю и решим полученное уравнение через разложение на множители. Для этого вынесем общий множитель икс за скобки, в скобках останется от первого слагаемого — шесть, от второго слагаемого — минус икс. Произведение равно нулю тогда, когда один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла. Значит, первый множитель икс равен нулю или второй множитель шесть минус икс равен нулю. Тогда корни уравнения — ноль и шесть. Отметим их на координатной прямой в виде светлых точек, так как решаемое квадратное неравенство строгое и изобразим параболу ветвями вниз, проходящую через эти точки.

Квадратичная функция $y=6x-x^2$ принимает положительные значения на интервале от нуля до шести, значит решением неравенства $6x-x^2>0$ является множество чисел $x\in(0;6)$</td>
<td>На экране формируется решение:
$6x-x^2>0$
$y=6x-x^2$ –квадратичная функция, график парабола, ветви вниз
$y=0$ $6x-x^2=0$
$x(6-x)=0$
x=0 или $6-x=0$
x=6


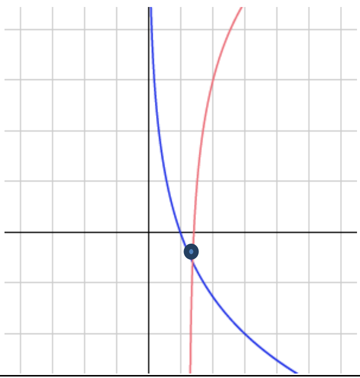
$x\in(0;6)$</td>
</tr>
<tr>
<td>Неравенство $-8-x>0$ является линейным. Оно содержит отрицательные слагаемые, для удобства обе части неравенства умножим на минус единицу. Знак неравенства в этом случае поменяется на противоположный. Получим неравенство $8+x<0$. Перенесём восемь в правую часть неравенства и запишем как минус восемь. Таким образом, решением неравенства является множество чисел от минус бесконечности до минус восьми. Запишем решение неравенства в иде выражения $x\in(-\infty;-8)$.</td>
<td>$-8-x>0 \mid \cdot(-1)$
$8+x<0$
$x<-8$
$x\in(-\infty;-8)$</td>
</tr>
<tr>
<td>Неравенство $6x-x^2\le-8-x$ сводится к квадратному неравенству, для этого перенесем минус восемь и минус икс в левую часть неравенства. Получим неравенство $6x-x^2+8+x\le0$ и приведем подобные 6х и х, Получим 7х,</td>
<td></td>
</tr>
</table>

уравнение примет вид $-x^2+7x+8\le 0$. Решается оно по свойствам квадратичной функции $y=-x^2+7x+8$, графиком которой является парабола с ветвями вниз. Найдем нули функции. $y=0$ при $-x^2+7x+8=0$ и решим полученное квадратное уравнение через формулу дискриминанта b^2-4ac. Так как коэффициент *b* равен минус семи, коэффициент *a* равен минус единице, а *c* равен 8 то дискриминант уравнения равен 81. Найдем по формуле $x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ первый корень, он равен –1, второй корень равен 8. Отметим полученные значения на координатной прямой темными точками, так рассматриваемое квадратное неравенство относится к нестрогим неравенствам. Изобразим на координатной прямой параболу с ветвями вниз. Квадратичная функция принимает меньшие и равные нулю значения на множестве чисел от минус бесконечности до -1 включая -1 и от 8 до плюс бесконечности включая 8. Решение этого неравенства запишем в виде выражения $x\in(-\infty;-1]\cup[8;+\infty)$ Итак, все три неравенства решены, отметим их решения на одной координатной прямой. Значения переменной, которые бы удовлетворяли всем трём неравенствам одновременно, нет, что означает, что исходное логарифмическое неравенство не имеет решений. Ответ: решений нет. Этот факт можно было заметить после решения линейного неравенства, так как решением первого квадратного неравенства являются положительные числа от одного до шести, а решением второго неравенства являются отрицательные числа, то для этих двух неравенств уже нет общих решений и исходное логарифмические неравенство не имеет решений.	$6x-x^2\le -8-x$ $6x-x^2+8+x\le 0$ $-x^2+7x+8\le 0$ $y=0$: $-x^2+7x+4=0$ $D=b^2-4ac=49-4\cdot(-1)\cdot 8=49+32=81$ $x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-7+\sqrt{81}}{-2}=\frac{2}{-2}=-1$ $x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-7-9}{-2}=8$  $x\in(-\infty;-1]\cup[8;+\infty)$ <u>На экране изображение(все решения на одной прямой)</u>  Ответ: решений нет

Логарифмы обладают интересными свойствами, упрощающие вычисления и выражения, вспомним некоторые из них 1. Логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел. 2. Любое число можно представить в виде логарифма. Например, 2 можно записать как логарифм четырех по основанию два или логарифм 25 по основанию 5, минус единицу можно записать как логарифм 0,2 по основанию пять или десятичный логарифм 0,1.	На экране текст: Свойства логарифмов: 1. Логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ 2. Например: 2=$\log_2 4$=$\log_5 25$, так как $2^2 = 4,\ 5^2 = 25$ –1= $\log_5 0{,}2$=$\lg 0{,}1$ так как $5^{-1} = \frac{1}{5} = 0{,}2,\ 10^{-1} = 0{,}1$
Пример 3. Решить неравенство: $\log_2(x-3)$+$\log_2(x-2) \leq$1. Неравенство нужно преобразовать к виду $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$. Для этого единицу запишем в виде логарифма 2 по основанию два. А влевой чатси неравенства сумму логарифмов заменим по свойству на тождественно равное ему выражение — логарифм произведения. Получим неравенство вида $\log_2(x-3)(x-2) \leq \log_2 2$. Составим систему неравенств. Неравенства, задающие область допустимых значений неравенства, опрелеяются по исходному неравенству, поэтому $x-3$>0 и $x-2$>0 будут первыми двумя неравенствами системы. Так как логарифм имеет основание 2, оно больше одного, то неравенство $\log_2(x-3)(x-2) \leq \log_2 2$ Равносильно неравенству (x-3)(x-2)$\leq$2. В первом неравенстве перенесем минус три в правую часть, получим неравенство x>3, во втором — минус два перенесем в правую часть, получим неравенство x>2. В третьем — раскроем скобки в левой части неравенства, умножая каждый член первого многочлена на каждый член второго многочлена. Получим неравенство $x^2 - 5x + 6 \leq 2$.	<u>На экране текст:</u> Пример 3. Решить неравенство: $\log_2(x-3)$+$\log_2(x-2) \leq$1. $\log_2(x-3)(x-2) \leq \log_2 2$ $\begin{cases} x-3>0 \\ x-2>0 \\ (x-3)(x-2) \leq 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x>3 \\ x>2 \\ x^2-5x+6 \leq 2 \end{cases}$,

Решим третье неравенство отдельно: перенесем два в левую часть неравенства и запишем с минусом. Упростим полученное нравенство до вида $x^2-5x+4\le 0$. Сумма коэффициентов этого уравнения равна нулю, тогда, по свойству коэффициентов, первый корень равен одному, а второй равен частному от с на *а* и равен в данном случае 4. Эти уравнения можно решить и через формулу дискриминанта, корни от способа решения не зависят. Отметим эти корни на координатной прямой в виде тёмных точек, проведем через них параболу ветвями вверх. Неравенство $x^2-5x+4\le 0$ выполняется на множестве чисел от 1 до 4 включая 1 и 4. Отметим на одной координатной прямой решение первого и второго неравенства, для этого сделаем штриховку правее трех для первого неравенства и правее двух для второго неравенства и штриховку от 1 до 4 для второго неравенства. Три неравенства одновременно выполняются только на множестве чисел от 3 до 4, включая 4. Значит, это и будет решение исходного логарифмического неравенства.	$x^2-5x+4\le 0$ $y=x^2-5x+4$ – квадратичная функция, график парабола, ветви направлены вверх. $y=0$ $x^2-5x+4=0$ Так как $a+b+c=0$, то $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=\frac{4}{1}=4$  $x\in[1;4]$ *На экране изображение:*  *Ответ:* $x\in(3;4]$
Вывод: При решении логарифмических неравенств $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ Если a>1 , то переходят к решению системы из неравенств, определяющих область допустимых значений неравенства, и неравенства подлогорифмических выражений того же знака. Если 0<a<1 , то переходят к решению системы из неравенств, определяющих область допустимых значений неравенства, и неравенства подлогорифмических выражений противоположного по смыслу знака.	При решении логарифмических неравенств $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ Если a>1 , то переходят к решению системы $\begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ f(x)>g(x) \end{cases}$ Если 0<a<1 , то переходят к решению системы $\begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ f(x)<g(x) \end{cases}$

6. Переход к новому основанию логарифма

Рассмотрим примеры логарифмических уравнений.	
Пример 1. Решить уравнение $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$ Для решения используем способ потенцирования. Неравенства x^2+6>0 и $5x$ >0 будут определять область допустимых значений уравнения. Неравенство x^2+6>0 справедливо при любых значениях x, так как $x^2>0$, а 5x>0 только при положительных значения x. Значит ОДЗ уравнения — множество чисел от нуля до плюс бесконечности. Уравнение $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$ равносильно квадратному уравнению $x^2+6=5x$. Корни этого уравнения — числа 2 и 3,так как произведение этих чисел равно 6, а сума этих чисел равна 5 –противоположному значению коэффициента b? Оба этих числа лежат в промежутке $(0;+\infty)$, значит, они и есть корни этого уравнения. Заметим, что мы с лёгкостью решили данное уравнение.	На экране таблица (график нужен получше с осями, ед. отрезком, нулем) Пример 1. Решить уравнение $\mathbf{\log_3(x^2+6)=\log_3 5x}$ ОДЗ: $\begin{cases} x^2+6>0 \\ 5x>0 \end{cases} \Rightarrow x\in(0;+\infty)$ $x^2+6=5x$ $x^2-5x+6=0$ $x_1=3$ или $x_2=2$ *Ответ:2;3*
Пример 2. Решить уравнение $\mathbf{\log_3(10x-9)=\log_{\frac{1}{3}} x}$ **(логарифм выражения десять икс минус девять по основанию три равен логарифму икс по основанию одна третья)** Это уравнение отличается от предыдущего тем, что логарифмы имеют разные основания. И рассмотренный метод решения уравнения здесь использовать уже нельзя, хотя можно найти область допустимых значений и попробовать решить уравнение функционально графическим методом. Неравенства $10x-9$>0 и *x*>0 определяют область допустимых значений уравнения, значит $x\in(0{,}9;+\infty)$. Рассмотрим графическую иллюстрацию этого уравнения. Для этого построим по точкам график функции $y=\log_3(10x-9)$ и $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. Мы можем утверждать, только что у данного уравнения есть единственный корень, он положительный, лежит на интервале от 1 до 2. Точное значение корня дать не возможно.	Пример 2. Решить уравнение $\mathbf{\log_3(10x-9)=\log_{\frac{1}{3}} x}$ **ОДЗ:** $\begin{cases} 10x-9>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x>9 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0{,}9 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x\in(0{,}9;+\infty)$ 
Конечно, данное уравнение не единственное, содержащее логарифмы с разными основаниями. Решить такие уравнения можно	

только с помощью перехода к новому основанию логарифма. Трудности, связанные с логарифмами разных оснований могут встретиться и в других типах заданий. Например, при сравнении чисел $\log_2 7$ и $\log_7 4$.	
Помощником в решении таких заданий является теорема Теорема: Если a,b,c – положительные числа, причём a и c отличны от 1, то имеет место равенство $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ Эта формула называется – формула перехода к новому основанию)	На экране формируется текст теоремы и доказательство Теорема: Если a,b,c – положительные числа, причём a и c отличны от 1, то имеет место равенство $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (формула перехода к новому основанию)
Таким образом, из чисел $\log_2 7$ и $\log_7 4$ больше $\log_2 7$. Так как $\log_7 4$ по формуле перехода к новому основанию равен $\frac{\log_2 4}{\log_2 7}$ и равен $\frac{2}{\log_2 7}$	На экране текст: $\log_2 7 > \log_7 4$ $\log_2 7 > \frac{\log_2 4}{\log_2 7}$ $\log_2 7 > \frac{2}{\log_2 7}$
Докажем теорему о переходе к новому основанию логарифма. Для доказательства введем обозначения $\log_a b$=*m*, $\log_c b$=*n*, $\log_c a$=*k* **(логарифм числа бэ по основанию а равен эм, логарифм числа бэ по основанию цэ равен эн, логарифм числа а по основанию цэ равен ка).** Тогда по определению логарифма: число b есть a в степени m, число b есть c в степени n, число a есть c в степени k. Так $a = c^k$ то подставим её значение в $b = a^m$, получим $b = (c^k)^m$ при возведении степени в степень показатели степеней перемножаются, получим , что $b = c^{km}$, но $b = c^n$ следовательно $c^{km} = c^n$, если основания степени равны, то равны и показатели данной степени $km = n$. Значит $m = \frac{n}{k}$. вернемся к обратной замене: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ **(логарифм числа бэ по основанию а равен отношению логарифма числа бэ по основанию цэ к логарифму числа а по основанию цэ)**	На экране формируется текст теоремы и доказательство Теорема: Если a,b,c – положительные числа, причём a и c отличны от 1, то имеет место равенство $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ Доказательство: Пусть $\log_a b$=*m*, $\log_c b$=*n*, $\log_c a$=*k*. Тогда по определению логарифма $b = a^m, b = c^n, a = c^k$ Так как $\begin{cases} b = a^m \\ a = c^k \end{cases} \Rightarrow b = (c^k)^m \Rightarrow b = c^{km}$, Но $\begin{cases} b = c^{km} \\ b = c^n \end{cases} \Rightarrow c^{km} = c^n \Rightarrow km = n \Rightarrow m = \frac{n}{k}$ Вернемся к замене $\begin{cases} m = \frac{n}{k} \\ m = \log_a b \\ n = \log_c b \\ k = \log_c a \end{cases} \Rightarrow \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
Рассмотрим для данной теоремы два следствия.	На экране текст: $\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$, так как $\log_b b = 1$

Первое следствие. Пусть в данной теореме мы хотим перейти к основанию b. Тогда $\log_a b$ будет равен частному $\frac{\log_b b}{\log_b a}$**(логарифм числа бэ по основанию бэ деленное на логарифм числа а по основанию бэ)** учитывая, что $\log_b b$ равен единице, то $\log_a b$ равен $\frac{1}{\log_b a}$	
Значит, если a и b положительные и отличные от 1 числа, то справедливо равенство $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	<u>На экране текст:</u> Следствие 1. Если a и b положительные и отличные от 1 числа, то справедливо равенство $$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$
Следствие 2. Если a и b – положительные числа, причем *a* не равное единице число, то для любого числа *m*, не равного нулю, справедливо равенство логарифм *b* по основанию *a* равен логарифму *b* в степени *m* по основанию *a* в степени *m*. Докажем данное равенство справа налево. Перейдем в выражении $\log_{a^m} b^m$ **(логарифм числа бэ в степени эм по основанию а в степени эм)** к логарифму с основанием *a.* По свойству логарифма показатель степени подлогарифмического выражения можно вынести вперёд – перед логарифмом. $\log_a a$ =1. Получим $\frac{m\log_a b}{m}$ **. (дробь, в числителе эм умноженное на логарифм числа бэ по основанию а в знаменателе эм)** Число m не равно нулю по условию, значит, полученную дробь можно сократить на m. Получим $\log_a b$. Что и требовалось доказать.	<u>На экране текст:</u> Следствие 2. Если a и b – положительные числа, причем *a* не равное одному число, то для любого числа *m*, не равного нулю, справедливо равенство $\log_a b = \log_{a^m} b^m$ Доказательство: $\log_{a^m} b^m = \frac{\log_a b^m}{\log_a a^m} = \frac{m\log_a b}{m\log_a a} = \frac{\cancel{m}\log_a b}{\cancel{m}} = \log_a b$
Значит, для перехода к новому основанию логарифма используются три формулы	<u>На экране текст:</u> Формулы перехода к новому основанию логарифма 1. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, где a,b,c-положительные числа, $a \neq 1$, $c \neq 1$ 2. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, где a,b-положительные числа, $a \neq 1$, $b \neq 1$ 3. $\log_a b = \log_{a^m} b^m$, где a,b-положительные числа $a \neq 1$, $m \neq 0$
Пример 2. Решить уравнение	<u>На экране текст:</u>

<table>
<tr>
<td>

$\log_3(10x-9)=\log_{\frac{1}{3}}x$ **(логарифм выражения десять икс минус девять по основанию три равен логарифму икс по основанию одна третья)**

Область допустимых значений мы нашли у данного уравнения ранее $x\in(0{,}9;+\infty)$.
Приведем $\log_{\frac{1}{3}}x$ к новому основанию 3. Для этого запишем в данный логарифм в виде дроби. В числителе будет логарифм x по основанию три, в знаменателе будет логарифм одной третьей по основанию три.
$\log_3\frac{1}{3}$ равен минус одному, тогда правая часть уравнения будет равна минус $\log_3 x$.
Перенесем $-\log_3 x$ в левую часть уравнения и запишем как $+\log_3 x$. По свойству, сумма логарифмов равна логарифму произведения, значит $\log_3(10x-9)+\log_3 x$ **(логарифм выражения десять икс минус девять по основанию три плюс логарифм икс по основанию три)** можно записать как $\log_3((10x-9)\cdot x)$**.(логарифм произведения десять икс минус девять и икс по основанию три)**
Выполним умножение, получим в левой части уравнения $\log_3(10x^2-9x)$,
а в правой части — ноль запишем как $\log_3 1$, так как три в нулевой степени есть один.
Методом потенцирования получим квадратное уравнение $10x^2-9x-1$=0. По свойству коэффициентов a+b+c=0 корни уравнения равны 1 и 0,1.
Но в области определения лежит только один корень. Это число один.

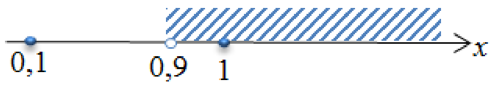
</td>
<td>

Пример 2. Решить уравнение
$\log_3(10x-9)=\log_{\frac{1}{3}}x$

На экране формируется решение уравнения:
ОДЗ:
$\begin{cases}10x-9>0\\ x>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}10x>9\\ x>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0{,}9\\ x>0\end{cases}\Rightarrow x\in(0{,}9;+\infty)$
$\log_3(10x-9)=\dfrac{\log_3 x}{\log_3\frac{1}{3}}$
$\log_3(10x-9)=\dfrac{\log_3 x}{-1}$
$\log_3(10x-9)=-\log_3 x$

На экране следующая часть решения:
$\log_3(10x-9)+\log_3 x=0$
$\log_3((10x-9)\cdot x)=0$
$\log_3(10x^2-9x)=\log_3 1$

$10x^2-9x$=1
$10x^2-9x-1$=0
т.к $a+b+c=0$, то
$x_1=1,\quad x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{10}=0{,}1$

На экране добавляется изображение:


Ответ: 1

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Пример 3. Вычислить
$3^{4\cdot\log_3 2}+\log_5\sqrt{2}\cdot\log_4 25$. **(три в степени четыре, умноженное на логарифм двух по основанию три плюс логарифм корня из двух по основанию пять умноженное на логарифм двадцати пяти по основанию четыре)**
Для начала рассмотрим степень числа три. Если степени умножаются, то выполняется действие возведение степени в степень, таким образом, степень числа три можно записать

</td>
<td>

На экране текст:
Пример 3. Вычислить $3^{4\cdot\log_3 2}+\log_5\sqrt{2}\cdot\log_4 25$=
<table>
<tr><th>Решение</th><th>Обоснование</th></tr>
<tr><td>$3^{4\cdot\log_3 2}+\log_5\sqrt{2}\cdot\log_4 25$=
$(3^{\log_3 2})^4+\log_5\sqrt{2}\cdot\log_4 25$
=</td><td>$(a^m)^n=a^{mn}$</td></tr>
<tr><td>= $(3^{\log_3 2})^4+\log_5\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\log_{25}4}$</td><td>$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$</td></tr>
</table>

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>как три в степени $\log_3 2$ в четвёртой степени. Логарифмы в произведении с разным основанием, удобнее — логарифм с основанием четыре привести к основанию, связанному с пятью. Поэтому заменим $\log_4 25$ на тождественно равное ему выражение $\frac{1}{\log_{25} 4}$. По формуле перехода к новому основанию.

По основному логарифмическому тождеству $a^{\log_a b} = b$. **(а в степени логарифм числа бэ по основанию а равен числу бэ)**
вместо $(3^{\log_3 2})^4$ получим 2^4. В выражении $\log_{25} 4$ выделим квадрат основания и подлогарифмического выражения. Получим $\log_{5^2} 2^2$. По формуле перехода к новому основанию, она записана справа от решения, получим вместо $\log_{5^2} 2^2$ только $\log_5 2$. Квадратный корень из двух запишем как два в степени одна вторая и по свойству логарифма вынесем показатель степени перед логарифмом. Получим выражение $\frac{1}{2}\log_5 2$.
Таким образом, вычисляемое выражение примет вид…
При этом 2^4 это 16, а произведение $\log_5 2$ на обратное ему число $\frac{1}{\log_5 2}$ равно одному, значит значение выражения равно 16,5.</td>
<td>
<table>
<tr><td>$(3^{\log_3 2})^4 + \log_5 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\log_{5^2} 2^2}$
=</td><td>$\log_a b = \log_{a^m} b^m$
$a^{\log_a b} = b$.</td></tr>
<tr><td>= $2^4 + \log_5 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\log_5 2}$=</td><td>$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
$\log_a b^r = r \log_a b$</td></tr>
<tr><td>= $2^4 + \frac{1}{2}\log_5 2 \cdot \frac{1}{\log_5 2}$ =16+$\frac{1}{2}$
=16,5</td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Пример 4. Вычислить $\log_6 18$, если lg 2=*a*, lg 3=*b*

Для вычисления воспользуемся свойствами логарифма и формулами перехода к новому основанию.
18 представим в виде произведения шести и трех. Логарифм произведения равен сумме логарифмов-множителей, то есть $\log_6 6 + \log_6 3$, где $\log_6 6$ равен 1. Так как нам известны десятичные логарифмы, то перейдем от логарифма с основанием 6 к десятичному логарифму, получим дробь в числителе которой $lg3$,**(десятичный логарифм трех**) а в знаменателе $lg6$ **(десятичный логарифм шести)**. При этом</td>
<td><u>На экране текст:</u>
Пример 4. Вычислить $\log_6 18$, если lg 2=*a*, lg 3=*b*,

$\log_6 18 = \log_6(6 \cdot 3) = \log_6 6 + \log_6 3 = 1 + \log_6 3 =$
$1 + \frac{lg3}{lg6} = 1 + \frac{b}{lg(2\cdot3)} = 1 + \frac{b}{lg2+lg3} =$
$1 + \frac{b}{a+b} = \frac{a+2b}{a+b}$</td>
</tr>
</table>

$lg3$ можно уже заменить на b. Разложим шесть на множители два и три. Полученное произведение запишем в виде суммы логарифмов lg 2 и lg 3. Заменим их соответственно на a и b. Выражение примет вид: $1+\frac{b}{a+b}$. Если данное выражение преобразовать в дробь путём приведения к общему знаменателю, то ответ получится $\frac{a+2b}{a+b}$	
Для успешного выполнения заданий, связанных с переходом к новому основанию логарифма, необходимо знать формулы перехода к новому основанию логарифма 1. $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$, где a,b,c-положительные числа, $a\neq 1$, $c\neq 1$ 2. $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$, где a,b-положительные числа, $a\neq 1$, $b\neq 1$ 3. $\log_a b=\log_{a^m} b^m$, где a,b-положительные числа $a\neq 1$, $m\neq 0$	<u>На экране текст:</u> Формулы перехода к новому основанию логарифма 1. $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$, где a,b,c-положительные числа, $a\neq 1$, $c\neq 1$ 2. $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$, где a,b-положительные числа, $a\neq 1$, $b\neq 1$ 3. $\log_a b=\log_{a^m} b^m$, где a,b-положительные числа $a\neq 1$, $m\neq 0$

Приложение 3. CD-диск с учебно-методическими материалами